T. C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

TOPLAM KALİTE YÖNETİMİ UYGULAMALARININ YAPISAL EŞİTLİK MODELİ İLE ANALİZİ

ERGÜN EROĞLU
2502980173

TEZ DANIŞMANI:
PROF. DR. YILMAZ TULUNAY

İSTANBUL, NİSAN 2003

YAPISAL EŞİTLİK MODELİ

BÖLÜM 4. YAPISAL EŞİTLİK MODELİ

4.1. GİRİŞ

Çalışmamızın sosyal bilimcilere de kaynak oluşturması açısından yararlı olacağını umduğumuz bu bölümde, tez çalışmasındaki hipotezler doğrultusunda ortaya konan modellerin analiz edilmesinde kullanılacak olan matematik ve istatistik teknikler (faktör, rota ve regresyon analizleri) hakkında teorik bilgiler verilmekte, özellikle ülkemizde henüz uygulaması yeni olan Yapısal Eşitlik Modeli – YEM" (Structural Equation Modeling – SEM) bir örnek üzerinde tanıtılmaktadır.

Kaynaklarda Yapısal Eşitlik Modeli birkaç farklı isimle görülebilmektedir.

1. Yapısal Eşitlik Modeli (Structural Equation Modeling) [Anderson, Gerbing, 1988: s.411-423],
2. Gizli Değişken Analizi (Latent Variable Analysis) [Loehlin, 1992],
3. Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) (Confirmatory Factor Analysis)(CFA),
4. Kovaryans Yapı Analizi (Covariance Structure Analysis) gibi terimler daha sıklıkla görülmeye başlanmıştır [Long, 1983].
5. LISREL* [Jöreskog, 1973]

Yapısal Eşitlik Modelleri (YEM), özellikle kuramsal bir temeli olan, nedensel ilişkilerden oluşan modellerin test edilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. (YEM) ve Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA), LISREL dışında başta EQS, MPLUS, PROC CALIS ve AMOS olmak üzere çok sayıda istatistik programıyla da yapılabilmektedir.

---

* Çoğunluğun "LISREL" analizi olarak ifade ettiği bu analiz (LISREL, aslında bir istatistik tekniği değil, ticari bir istatistik paket programının adı, "LInear Structural RELations"'ın kısaltmasıdır, http://www.lisrel.com

4.2. YAPISAL EŞİTLİK MODELİ GELİŞİM SÜRECİ

Geçen yüzyıl boyunca, sosyal bilimciler ele aldıkları değişkenleri çok sayıda sayısal ve istatistik tekniği kullanarak, oldukça karmaşık hesaplamalar yaparak incelemeye çalışmışlardır. Ancak son 20 yılda, çok değişkenli veriler, güçlü bilgisayar programlarıyla, daha az sayıda hesaplama yapılarak, daha basit tekniklerle ve sosyal bilimcilerin asıl ilgilendikleri "herhangi bir olgunun kökeninde yatan süreçleri" anlamaya yönelik istatistikler kullanarak analiz etmeye başlamışlardır.

Yaklaşık 30 yıl önce başta Jöreskog [Jöreskog, 1973] olmak üzere bir çok araştırmacı tarafından sosyal bilim alanına uyarlanan Gizli Değişken analizi (GDA) (Latent Variable Anlysis), çok sayıda gözlenen ya da ölçülen değişken tarafından temsil edilen "gizli" yapıları içeren, çok değişkenli istatistik analizlerini tanımlamak için kullanılmıştır. Yapısal Eşitlik Modeli (YEM) ve Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA), bu tür analizlerin özel uygulama alanlarına karşılık gelir. Gizli Değişken Analizinin, en eski ve en yaygın uygulama alanı, faktör analizleridir (Factor Analysis - FA). Ancak, model test etme geleneği daha çok değişkenler arasında öngörülen nedensel ve yönlü ilişkilerin incelendiği ve "Rota Analizi (Path Analysis)" olarak bilinen regresyon kökenli analizlere kadar uzanır. Rota analizi, modelde öngörülen tüm ilişkileri temsil edecek sayıda regresyon eşitliğini hesaplamaya dayanan geleneksel model test etme yaklaşımı, gelişmiş bilgisayar programlarıyla yapılan YEM analizlerinin öncüsü kabul edilir. Bu anlamda YEM, regresyon modelindeki değişkenler arasındaki nedensel yapısal ilişkiyle, faktör analizindeki gizli faktör yapılarını kapsamlı tek bir analizde birleştirmektedir. Diğer bir deyişle "LISREL" YEM, ortaya konan ilişkisel modellerin, faktör analizi ve regresyonun bir arada kullanılarak test edilebilmesini kolaylaştıran bir metodlar dizisidir. Çok değişkenli istatistik analizleri için geçerli olan temel varsayımlar bu teknikler için de geçerlidir.

4.3. GENEL İSTATİSTİK BİLGİLER

Eğer x herhangi bir rasgele değişken ve dağılımı kesikli ise, beklenen değer ve toplam olasılık

$$E(x) = \sum_{x} x \cdot p(x)$$

$$\sum_{x} p(x) = 1.0$$

olur. Eğer x, reel sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyonsa, bu durumda beklenen değer;

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx$$

olur. Burada

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot dx = 1.0$$

dır. a bir sabit reel sayı ise;

$$E(a) = a$$

a bir sabit reel sayı, X bir rasgele değişken ise;

$$E(aX) = a \cdot E(X)$$

$$E(aX) = \sum_{x} axp(ax)$$

$$E(aX) = \sum_{x} axp(x) = a \sum_{x} p(x) = a \cdot E(X)$$

$$E(X + a) = E(X) + a$$

$$E(X+a)=\sum_x (x+a)p(x+a)=\sum_x xp(x+a)+a\sum_x p(x+a)$$

$$p(X+a)=p(X)$$

$$E(X+a)=E(X)+a\sum_x p(x)=E(X)+a$$

X, Y ve Z rasgele değişken, a ve b sabit sayılar olmak üzere;

Ortalama:

$$\text{Ortalama}(a+X)=a+\text{Ortalama}(X)$$
$$\text{Ortalama}(b\cdot X)=b\cdot\text{Ortalama}(X)$$
$$\text{Ortalama}(a+b\cdot X)=a+b\cdot\text{Ortalama}(X)$$

Varyans:

$$\text{Var}(a+X)=\text{Var}(X)$$
$$\text{Var}(a\cdot X)=a^2\cdot\text{Var}(X)$$
$$\text{Var}(X+Y)=\text{Var}(X)+\text{Var}(Y)+2\cdot\text{Cov}(X,Y)$$
$$\text{Var}(X-Y)=\text{Var}(X)+\text{Var}(Y)-2\cdot\text{Cov}(X,Y)$$
$$\text{Var}(a\cdot X+b\cdot Y)=a^2\cdot\text{Var}(X)+b^2\cdot\text{Var}(Y)+2a\cdot b\cdot\text{Cov}(X,Y)$$

X ve Y bağımsız değişkenler ise, varyans:

$$\text{Var}(X+Y)=\text{Var}(X)+\text{Var}(Y)$$
$$\text{Var}(X-Y)=\text{Var}(X)+\text{Var}(Y)$$

Kovaryans:

$$\mathrm{Cov}(a, X) = 0$$
$$\mathrm{Cov}(aX, bY) = a \cdot b \cdot \mathrm{Cov}(X, Y)$$
$$\mathrm{Cov}(X, Y + Z) = \mathrm{Cov}(X, Y) + \mathrm{Cov}(x, Z)$$

Basit doğrusal regresyon denklemi,

$$Y = a + b \cdot X + e$$

olduğuna göre,

$$\mathrm{Ortalama}(Y) = a + \mathrm{Ortalama}(X)$$
$$\mathrm{Var}(Y) = \mathrm{Var}(a + b \cdot X + e) = a^2 \cdot \mathrm{Var}(e)$$
$$\mathrm{Cov}(Y, X) = \mathrm{Cov}(a + b \cdot X + e, X) = \mathrm{Cov}(a, X) + \mathrm{Cov}(b \cdot X, X) + \mathrm{Cov}(E, X)$$
$$\mathrm{Cov}(Y, X) = b \cdot \mathrm{Var}(X)$$

olacaktır [Dunn, Everitt ve Pickles, 1993: s.10-13].

4.4. FAKTÖR ANALİZİ

İlk olarak 20. yüzyılın başlarında Spearman tarafından geliştirilen faktör analizinin yaygın kullanımı, bilgisayar teknolojisinin 1970'li yıllardan sonra hızla gelişmesi ile mümkün olabilmiştir [Kline, 1994].

Faktör Analizi (FA-Factor Analysis), başta sosyal bilimler olmak üzere pek çok alanda sıkça kullanılan çok değişkenli istatistiksel analiz tekniklerinden biridir. Analizin temel amacı birbiri ile ilişkili çok sayıda değişkenin bir araya getirilerek, birbiri ile ilişkisiz daha az sayıda yeni ortak değişken (faktör, boyut) elde etmeyi, keşfetmeyi amaçlayan çok değişkenli bir istatistik tekniktir. Faktör Analizi, temel bileşenler analizi gibi bir boyut indirgeme ve bağımlılık yapısını yok etme yöntemidir [Tatlıdil, 1996].

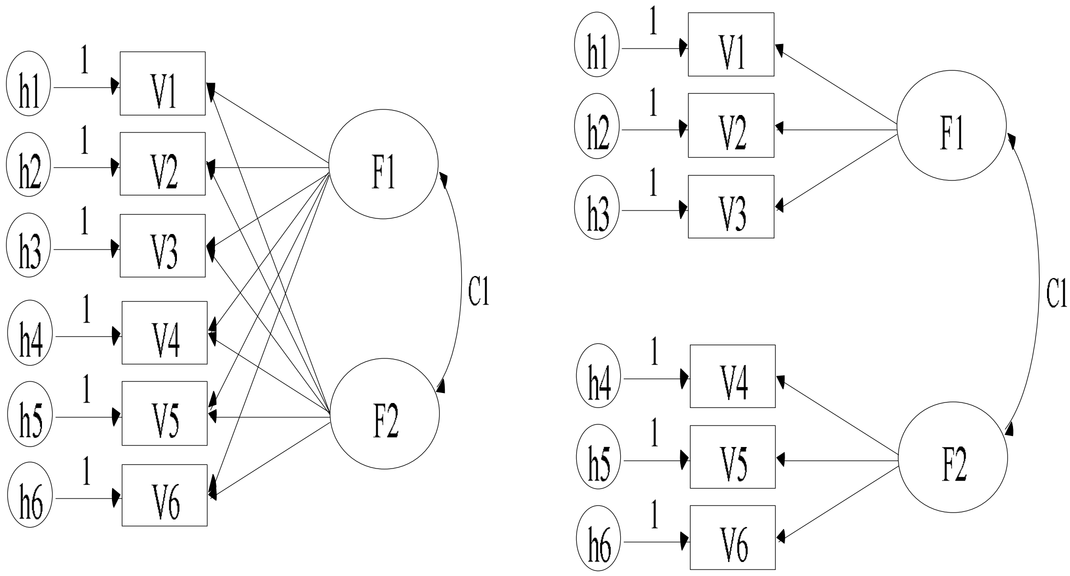
Daniel'e (1988) göre faktör analizi, bir grup değişkenin kovaryans yapısını incelemek ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri faktör olarak isimlendirilen çok az sayıdaki gözlenemeyen gizli değişkenler bakımından açıklamayı sağlamak üzere düzenlenmiş bir tekniktir [Stapleton, 1997]. Rennie'ye (1997) ise FA, maksimum varyansı açıklayan az sayıda açıklayıcı faktöre (kavrama) ulaşmayı amaçlayan ve gözlenen değişkenler arasındaki ilişkileri temel alan bir hesaplama mantığına sahip analitik bir teknik olarak tanımlanmaktadır.

Faktör analizinin iki temel amacı bulunmaktadır:

1. Değişken sayısını azaltmak,
2. Değişkenler arası ilişkilerden yararlanarak bazı yeni yapılar ortaya çıkarmaktır.

Bu son amaç değişkenleri sınıflayarak tek bir faktör adı altında birleştirmek ve yeni açıklayıcı ortak faktör yapıları oluşturmaktır [Özdamar, 1999: s.233]

Faktör analizinin amacı dikkate alındığında açıklayıcı (keşfedici - exploratory) ve doğrulayıcı (teyit edici - confirmatory) olmak üzere iki kısma ayrılmaktadır. Açıklayıcı faktör analizinde, değişkenler arası ilişkilerden hareketle faktör bulmaya, teori üretmeye yönelik bir işlem, doğrulayıcı faktör analizinde ise, değişkenler arasındaki ilişkiye dair daha önce saptanan hipotezlerin test edilmesi söz konusudur [Tabachnick ve Fidell, 2001].



Şekil 1. Açıklayıcı ve Doğrulayıcı Faktör Analizlerine İlişkin Grafik Gösterim [Kim, Mueller, 1987: s.23-25]

4.4.1. FAKTÖR ANALİZİNE İLİŞKİN TEMEL KAVRAMLAR

Korelasyon Matrisi: Gözlenen değişkenlerden elde edilen, korelasyon matrisine gözlenen korelasyon matrisi (observed correlation matrix), faktörlerden üretilen korelasyon matrisine üretilmiş korelasyon matrisi (reproduced correlation matrix) adı verilir. Gözlenen ve üretilmiş korelasyon matrisinin arasındaki fark ise, hata (artık) korelasyon matrisi (residual correlation matrix) olarak isimlendirilir. Hata korelasyon matrisi, önemli faktörlerce açıklanamayan varyansa ilişkindir. İyi bir FA'inde, artık matrisindeki korelasyonlar küçüktür ve bu durum gözlenen ve üretilen matrisler arasındaki yakınlığı, uyumu gösterir [Kline, 1994], [Tabachnick ve Fidell, 2001].

Faktör Yükleri (Factor Loadings): Faktör katsayısı olarak da isimlendirilen faktör yükü, maddelerin (gözlenen değişkenlerin) faktörlerle olan ilişkisini açıklayan bir katsayıdır. Maddelerin yer aldıkları faktördeki yük değerlerinin yüksek olması beklenir. Bir faktörle yüksek düzeyde ilişkili olan maddelerin oluşturduğu bir küme var ise bu bulgu, o maddelerin birlikte bir faktörü (yapıyı, kavramı) ölçtüğü anlamına gelir. Bir değişkenin 0.3'lük faktör yükü, faktör tarafından açıklanan varyansın %9 olduğunu gösterir. İşaretine bakılmaksızın 0.6 ve üstü yük değeri yüksek, 0.3-0.59 arası yük değeri orta düzeyde büyüklükler anlamına gelir ve bu değerle değişken çıkartmada önem taşır.

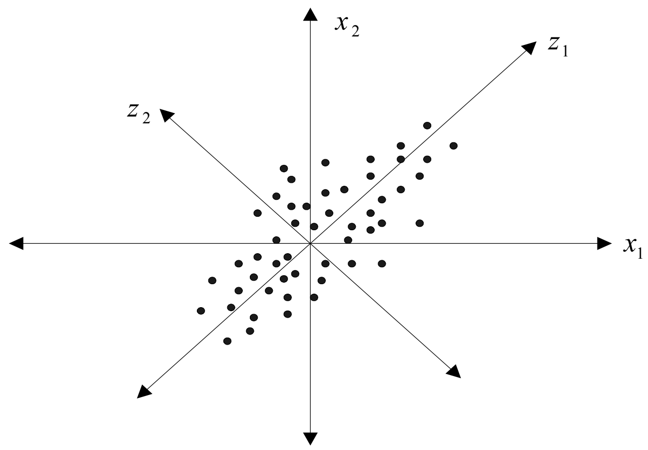
Özdeğer (Eigenvalue): Özdeğer, her bir faktörün faktör yüklerinin karelerinin toplamı olup, her bir faktör tarafından açıklanan varyans oranının hesaplanmasında ve önemli faktör sayısına karar vermede kullanılan bir katsayıdır. Özdeğer yükseldikçe, açıklanan varyans oranı da yükselir [Tatlıdil, 1992].

Faktörleştirme (Factoring): Faktörleştirmede kullanılan bir çok teknik vardır. Bu teknikler klasik faktör türetme teknikleri ve temel bileşenler analizi olarak ikiye ayrılır. Temel eksenler (principal axis), maksimum olasılık (Maksimum Likelihood) ve çoklu gruplandırma (multiple grouping) klasik faktör türetme yöntemlerinden bazılarıdır [Hair, Anderson, Tatham, Black, 1998: s.365-389].

4.5. TEMEL BİLEŞENLER ANALİZİ

Sosyal bilimlerde araştırmacı çoğu zaman çok sayıda değişken ile çalışmak durumundadır. Ve bir çok durumda da bu değişkenler birbirleri ile ilişki içerisindedir. Tanım kümesi içerisindeki bu karmaşıklığı gidermek ve kimi özellikleri ön plana çıkarmak araştırmacının hedeflerinden biri olmaktadır. Bu noktada asal bileşenler analizi n sayıda değişkeni, bu değişkenlerden türetilen, tanım kümesindeki değişkenliğin büyük bir kısmını açıklayacak biçimde k adet bağımsız ($k<n$) değişkene dönüştürmektir. Özellikle çok değişkenli regresyonda büyük bir problem olarak karşımıza çıkan çoklu doğrusal bağlantı asal bileşenler analizi ile giderilebilmekte, aynı zamanda başka istatistik teknikler için de bir veri hazırlama aracı olarak kullanılabilmektedir.

Çok sayıda gözlem değeri (örneğin m) n adet özellik açısından incelendiğinde karşımıza nxm boyutlu bir veri matrisi çıkmaktadır. Bu veri matrisini n boyutlu uzayda geometrik olarak incelemek istersek değişkenler arasında tam bağımsızlık söz konusu olamayacağı için bulut biçiminde ifade edilen geometrik şeklin eksenleri birbirine dik olmayacak ve tanımı da yapılamayacaktır [Tatlidil, 1996: s.138]. Bu noktada asal bileşenler analizi eksenleri döndürmek suretiyle veri kümesinden, toplam değişkenlik değişmeyecek biçimde daha açıklayıcı bilgi elde edilebilecektir. Ayrıca dönüşüm sonucunda eksenler birbirine dik konuma gelecektir.



Şekil 2. Asal Bileşenlerde Eksen Döndürme [Dunteman,1989: s.2]

x_1 ve x_2 standardize edilmiş iki değişken olsun. Grafikten de görüleceği üzere x_1 ve x_2 arasında yüksek bir pozitif korelasyon vardır. Burada z_1 ekseni birinci asal bileşeni temsil etmek üzere değişkenliği maksimize edecek biçimde yeni koordinat ekseni olarak çizilmiştir. z_2 'nin ikinci asal bileşen olarak elde edilmesi ile birlikte, x_1 , x_2 eksenleri incelendiğinde görülen pozitif yüksek korelasyon z_1 , z_2 ekseninde rasgele bir dağılıma dönüşmektedir.

Hotelling tarafından önerilen teknikte ham veri matrisi doğrudan kullanılacağı gibi, standartlaştırılmış değerler matrisi de kullanılabilmektedir. Ham veri matrisinin kullanılması durumunda temel bileşenlerin bulunmasında varyans kovaryans matrisinden, standartlaştırılmış veri matrisinin kullanılmasında korelasyon matrisinden yararlanılmaktadır.

Bu durum, bağımsız değişkenlerin birimlerinin birbirine yakın olması durumunda varyans-kovaryans matrisinin kullanılması;

değişkenlerin birimlerinin farklı olması halinde standart hale dönüştürülerek korelasyon matrisinin kullanılması biçiminde açıklanabilir.

Çok farklı notasyonlar kullanılabilmekle birlikte esas hedef y bağımlısını açıklamakta kullanılan x_1, x_2, ... ,x_n bağımsız değişkenleri arasında çoklu doğrusal bağlantı varolması durumunda doğrusal dönüşüm aracılığıyla birbirleri ile ilişkisi olmayan z_1, z_2, ... ,z_n asal bileşenlerinin elde edilmesidir. Veri matrisi birbirinden farklı ölçüde değişkenler içerdiğinden standart veri matrisinin kullanılması daha mantıklıdır. Standartlaştırma aşağıda verilen biçimde gerçekleştirilir.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Bu durumda analizde korelasyon matrisi kullanılabilir. Amaç normalizasyon kısıtı altında varyansı maksimize etmektir. Örneğin bu koşulu bir numaralı öz vektörün sağladığını varsayalım.

$$\theta_1 = \alpha_1^T C \alpha_1 - \lambda(\alpha_1^T \alpha_1 - 1)$$
$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \alpha_1} = 2C\alpha_1 - 2\lambda_1 = 0$$
$$(C - \lambda_1 I)\alpha_1 = 0$$

sonucu elde edilecektir. Bu bağıntıda λ_1 değeri C korelasyon matrisinin özdeğeri; α_1 vektörü ise λ_1 özdeğerine karşılık gelen öz vektör olarak adlandırılır.

Dikkat edilecek olursa özdeğer ve özvektörlerin elde edilmesi başlığı altında anlatıldığı üzere benzer işlemler uygulanmaktadır. x_1, x_2, ... ,x_n bağımsız değişkenlerinin birbirleri ile karşılıklı ilişkilerinin oluşturduğu C korelasyon matrisi $\alpha^T\alpha=1$ normalizasyon koşulu göz önünde bulundurularak varyans maksimize edilecek biçimde $z_i = \alpha_i^T x$ biçiminde ifade edilen asal bileşenler elde edilir. Burada α_i 'ler C ile temsil edilen korelasyon matrisinin özvektörleridir.

$$|C - \lambda I| = 0$$

polinomunun kökleri $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ özdeğerlerini verecektir.

$$\alpha^T \alpha = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + ... + \alpha_n^2 = 1$$

normalizasyon şartının sağlanması ile her bir λ_i özdeğerine karşılık gelen α_i özvektörü elde edilir. Burada elde edilecek z_i vektörleri aynı zamanda asal bileşenlerimizi de oluşturacaktır.

$$z_i = \alpha_i^T x \qquad ; i = 1,2,...n$$

ifadesinin hesaplanması ile birlikte z asal bileşenler elde edilecektir. z asal bileşenlerinin varyansları var(z) ile gösterilmekle birlikte ilgili özdeğere eşittir ve aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\text{var}(z_i) = \alpha_i^T x \alpha_i = \lambda_i \qquad ; i = 1,2,...n$$

İşleme devam edildiği sürece n adet asal bileşen elde edilebilir. Ancak burada amaç, daha az sayıda değişken ile orijinal veri kümesindeki değişkenliği açıklamak olduğundan toplam değişkenlik k adet asal bileşen ile tatmin edici miktarda açıklandığında işleme son verilebilecektir. [Kline,1994]

Toplam Değişkenlikte i. Asal Bileşen $= \frac{\lambda_i}{n}$

Tarafından Açıklanabilen Kısım

Bazı kaynaklarda önemli bileşen sayısının elde edilmesinde $\lambda_i > 1$ ve $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i / p \geq \frac{2}{3}$ (m önemli özdeğer sayısı) koşulları gösterilmektedir [Tatlıdil, 1996: s.141].

Ancak bunun yanında kimi kaynaklarda asal bileşenler ifadesi yerine asıl temel bileşenler ifadesi kullanılmakta ve değişkenlik açıklama yüzdesi asıl temel bileşenler üzerinden açıklanmaktadır. Asıl temel bileşenler α_i yerine $\sqrt{\lambda_i}\alpha$ 'nin kullanılması ile elde edilmektedir. Bu durumda asıl temel bileşenler,

$$z_i = \sqrt{\lambda_i}\alpha_i \qquad ; \; i = 1, 2, ... \, n$$

olarak elde edilecektir. $x_1, x_2, ..., x_n$ bağımsız değişkenlerinin $z_1, z_2, ..., z_n$ asal bileşenleri ile açıklanabilir hale gelmesi ile birlikte,

$$\begin{aligned}
z_1 &= \alpha_{11} x_1 + \alpha_{21} x_2 + ... + \alpha_{n1} x_n \\
z_2 &= \alpha_{12} x_1 + \alpha_{22} x_2 + ... + \alpha_{n2} x_n \\
z_3 &= \alpha_{13} x_1 + \alpha_{23} x_2 + ... + \alpha_{n3} x_n \\
& \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \\
z_n &= \alpha_{1n} x_1 + \alpha_{2n} x_2 + ... + \alpha_{nn} x_n
\end{aligned}$$

asal bileşenleri elde edilir. Dikkat edilecek olursa her bir satır α özvektörlerinden oluşan dönüşüm matrisinin ilgili satırının transpozesidir. Aynı zamanda normalizasyon kısıtının sağlandığı,

$$\alpha_{11}{}^2 + \alpha_{21}{}^2 + ... + \alpha_{n1}{}^2 = 1$$

olması ile kontrol edilebilir. Burada dikkat edilecek bir diğer nokta toplam varyans değişmemek üzere birinci asal bileşenin değişkenliğin en büyük miktarını açıkladığı ve ikinci asal bileşenin toplam değişkenlik içerisinde en büyük ikinci miktarı açıkladığıdır. Bu durum aşağıdaki biçimde ifade edilebilir.

$$\mathrm{var}(z_1) + \mathrm{var}(z_2) + \ldots + \mathrm{var}(z_n) = \mathrm{var}(x_1) + \mathrm{var}(x_2) + \ldots + \mathrm{var}(x_n)$$
$$\mathrm{var}(z_1) > \mathrm{var}(z_2) > \ldots > \mathrm{var}(z_n)$$

Böylelikle birbirleri ile yüksek ilişkiye sahip olan x değişkenleri yerine aralarındaki ilişki düşük olmasına rağmen aynı miktarda değişkenliği açıklayabilen z asal bileşenleri elde edilmiş olur. Asal bileşenler analizinin özellikleri ve sağladığı faydalar aşağıdaki biçimde özetlenebilir [Tatlıdil, 1996:s.144] [Morrison, 1997: 267-278]

4.5.1. ROTA DİYAGRAMI

Yapısal eşitlikler sistemi kurulmuş bir modelde, değişkenler arasındaki ilişkilerin görsel şekilde sunulmasını sağlayan grafik gösterime rota diyagramı (path diagram) denir. Modelde bulunan değişkenler iki farklı grupta toplanırlar. Birinci tip değişkenler; gizli değişkenler dediğimiz doğrudan ölçülemeyen veya gözlenemeyen değişkenlerdir (latent variable - gizli değişken (faktör)). Bu değişkenler, modelin rota diyagramı çizilirken daire veya elipsle temsil edilirler. İkinci tip değişkenler ise açık (belirleyici – indikatör) değişkenlerdir (manifest variable). Bu değişkenler, gizli değişkenlerin birinci faktör olarak belirlenmesine yardımcı olan veya gizli değişkenlerin ölçeklenmesine katkıda bulunan gözlenebilir değişkenlerdir. Bu değişkenler rota diyagramında dikdörtgenlerle temsil edilir.

- Dış değişken, bağımsız değişken, (exogenous variable, independent variable)
- İç değişken, bağımlı değişken, (endogenous variable, dependent variable)

İki değişken arasındaki korelasyon bu iki değişken arasındaki ilişki hakkında tatmin edici bilgiler vermez. Bu iki değişken arasındaki korelasyon aşağıdaki durumların birinden kaynaklanır;

- Direkt etki: Bir değişkenin diğerine etkisi,
- Dolaylı etki: Bir değişken diğerini etkilerken, diğer değişken ise üçüncü bir değişkeni etkiler, dolayısıyla birinci değişkenin ikinci değişken vasıtasıyla üçüncü değişken üzerinde oluşturduğu etki.

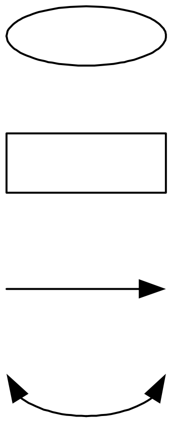
Yaygın nedenler: X değişkeni hem Y'yi hem de Z'yi etkiler.

İlişkisel nedenler: X, Z'nin bir nedenidir, aynı zamanda X ve Y kendi aralarında ilişkilidir.

Karşılıklı nedensellik: Her bir değişken diğerinin nedenidir. Yani X değişkeni Y'yi etkilerken Y de X'i etkiler.

Korelasyon değişkenler arasındaki ilişkinin yönü hakkında herhangi bir bilgi vermez. Aynı zamanda bir değişkenin diğeri üzerine etkisi optimal olmayabilir. Direkt etki diğer değişkenler sabit tutulması koşulu ile, X'deki bir birimlik değişimin Y'yi ne kadar etkilediğini söyler.

Rota diyagramında, değişkenler arasındaki ilişkiler tek yönlü veya iki yönlü doğrularla ifade edilirler. Tek yönlü doğru



Gizli Değişken (Latent Variable, Unobserved Variable)

Açık değişken, gösterge, gözlenen değişken

Tek yönlü doğru, Nedensel ilişki

Çift yönlü eğri, Korelasyonel ilişki

Şekil 3. Rota Analizinde Değişken Tipleri ve Değişkenler Arası İlişkilere Ait Gösterimler

4.5.2. YAPISAL EŞİTLİK MODELİ (YEM)

Yapısal Eşitlik Modeli (YEM) (Structural Equation Modeling-SEM), açık (gözlenen, ölçülen) ve gizli (gözlenemeyen, ölçülemeyen) değişkenler arasındaki nedensel (causal) (tek yönlü okla gösterilir) ve korelasyonel ilişkilerin (çift yönlü okla gösterilir) bir arada bulunduğu modellerin test edilmesi için kullanılan kapsamlı bir istatistik yaklaşımdır [Hoyle, 1995: s.158-177].

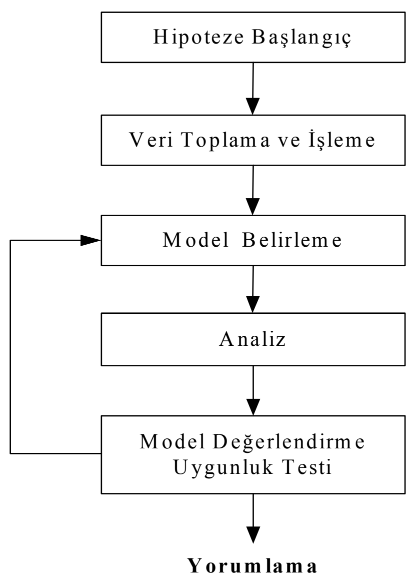
YEM, bir konu ile ilgili yapısal teorinin çok değişkenli analizine hipotez testi yaklaşımı getiren istatistik metodlar dizisidir. Bu yapısal teori, birçok değişken üzerinde gözlemlenen nedensel süreçleri (causal process) gösterir [Bentler, 1988].

Çalışmadaki nedensel süreçler bir takım yapısal eşitlikler (regresyon denklemleri) yardımıyla gösterilir. Bu yapısal ilişkiler teorinin daha açık halde kavramsallaştırılması için resimlerle modellenebilir.

Yapısal Eşitlik Modeli (YEM); çok değişkenli analizlere hipotez testi yaklaşımı yapan istatistik metodolojisidir. (Byrne, 1994). YEM; regresyon, faktör analizi ve varyans (kovaryans) analizi gibi çok değişkenli analiz yöntemlerini etkin olarak içerisinde barındıran bir modelleme zinciridir.

Yapısal Eşitlik Modelinin Aşamaları:

1. İlk olarak bir teorik model geliştirmek
2. Geliştirilen model için nedensel ilişkileri gösteren rota diyagramını çizmek
3. Çizilen rota diyagramına ait yapısal ve ölçüm modellerine çevirmek
4. Önerilen modeli tahmin etmek
5. Yapısal Modelin ne olduğunu değerlendirmek
6. Modeli değerlendirmek
7. Yeni modeli tahmin etmek
8. Yapısal modelin uygunluk ölçülerini hesaplamak
9. Sonuçları Yorumlama



Şekil 4. Yapısal Eşitlik Modelinin Aşamaları

4.5.3. MODEL BELİRLEME (MODEL SPEDIFICATION)

Yapısal eşitlik modeli her zaman bir modelin belirlenmesiyle başlar. Yukarıda belirtildiği gibi, YEM genellikle değişkenler arasındaki karmaşık ilişkilerden oluşturulan modellerin test edilmesinde kullanılmaktadır. Yapısal eşitlik modelinde rota analizi bölümünde anlatıldığı gibi iki tür değişken vardır.

Gizli değişken, faktör, boyut, gözlenemeyen değişken, (latent variable, construct, factor, unobserved variable). **Açık değişken**, gösterge, indikatör, gözlenen değişken, ölçülebilen değişken, madde (manifest variable, indicator, observed variable, item).

Gözlenen değişken, YEM dilinde göstergeler (indicators) olarak ifade edilir ve bunlar araştırmacının doğrudan ölçtüğü ya da gözlediği değişkeni ifade ederler. Bir gizli değişken en az iki gösterge tarafından tanımlanır. YEM'de model belirleme, gizli değişkenler arasındaki ya da bir gizli değişkenin göstergesi olmayan gözlenen değişkenlerle gizli değişkenler arasındaki ilişki ya da ilişkilerin açıklanması anlamına gelir. Geleneksel YEM yaklaşımında modelde yer alan değişkenler arasındaki bütün ilişkilerin doğrusal olduğu varsayılır. Bir modelde değişkenler arasında iki tür doğrusal ilişki olabilir. Bunlar nedensel (causal) ilişkilerdir. Tek yönlü oklarla gösterilen, bir değişkenin diğer değişken üzerindeki etkisini ifade eder (bu regresyonel ilişki). Bu etki doğrudan ya da başka değişken(ler) aracılığıyla dolaylı bir etki olabilir.

İki yönlü oklarla gösterilen, nedensel olmayan yönsüz ilişkidir. Gizli değişkenler arasındaki korelasyonlara karşılık gelir ve bu durumda bir etkiden bahsedilemez (korelasyonel ilişki). YEM'de egzojen değişkenler arasında, nedensel olmayan bu türden bir ilişki olduğu varsayılır. Bir modelde yönü belirlenmiş olan ve olmayan bütün ilişkilerin sayısal bir değeri vardır.

Model kurma aşamasında, bağımsız değişkenler arasında yönü olmayan (korelasyon) ilişki, bağımlı değişkenler arasında doğrudan veya dolaylı olarak yönü belirli bir ilişki önerilmektedir. YEM'de ara değişkenler, bağımsız değişkenler temel alındığında bağımlı değişken, bağımlı değişkenler temel alındığında ise bağımsız değişken olarak tanımlanır. Bir anlamda YEM'de model kurma, modeldeki değişkenler arasındaki ilişkilere ilişkin bütün parametrelerin ayrıntılı olarak açıklanması anlamında gelir. Bu parametreler kabaca sabit (fixed) ve serbest (free) parametreler olarak ikiye ayrılırlar. Sabit parametre veriden hesaplanmaz ve bu parametrenin sayısal değeri genellikle sıfıra eşitlenir. Bazı durumlarda parametrelere sıfır dışında belirli değerler de atanabilir. Model belirleme sürecinde bütün bu değerlerin açıklanması gerekir [MacCallum, 1995]. Serbest parametre ise veriden hesaplanan ve değerinin "sıfır" olmadığına inandığı parametredir. Modelde tek ve çift yönlü oklarla gösterilen bütün ilişkiler serbest parametreleri gösterir. Sabit ve serbest parametreler, YEM'in iki temel unsuru olan "ölçüm modeli" ve "yapısal modeli" belirlemek için de kullanılır. Ölçüm modeli gizli değişkenlerin tanımlandığı ve bütün değişkenler arsındaki yönü tanımlanmamış ilişkilerin (korelasyonların) hesaplandığı modeldir ve bu modelde bütün parametreler serbest bırakılmıştır. İyi bir YEM analizinin ölçüm modeliyle başlaması gerekir [Anderson, Gerbing, 1988: s.411-423]. Yapısal model ise gizli değişkenler ve bir gizli değişkenin göstergesi olamayan değişkenler arsındaki ilişkilerin yönünün betimlendiği ve bazı parametrelerin sabitlendiği modeldir.

Modelinin Şekil Gösterimi: Rota analizi bölümünde kısaca anlatıldığı gibi, YEM modelinin betimlenmesinde gizli değişkenler arasındaki ilişkilere ait parametrelerin yanı sıra modelde yer alan bütün gösterge değişkenlerin ve hata varyanslarının belirlenmesi gerekir. Geleneksel olarak YEM'de gizli değişkenler elipslerle ya da köşeleri ovalleştirilmiş dikdörtgenlerle gösterilir, göstergeler ise kare ya da dikdörtgenlerle gösterilir. Gizli değişkenler arasında tek yönlü ve çift yönlü oklarla gösterilmiş parametrelerin yanı sıra, gizli değişkenlerden onların göstergelerine uzanan tek yönlü oklarla gösterilen parametrelerin de hesaplanması gerekir. Bunlar faktör analizindeki faktör ağırlıklarına karşılık gelen değerlerdir. YEM terminolojisinde göstergeler gizli değişkenleri etkilemez, aksine her bir gizli değişken kendi göstergelerini etkiler. Göstergelere dışarıdan uzanan tek yönlü oklar ise bunların hata varyansını betimlemektedir. Hata varyansı doğal olarak bir göstergenin açıklamadığı varyansı gösterir. Yanı bir gösterge ağırlığının karesinin alınıp bunun birden çıkarılması, o göstergenin hata varyansına karşılık gelir. Gizli değişkenlere yukarıdan (boşluktan) uzanan tek yönlü oklar ise o gizli değişkenlerdeki ondan önce gelen bağımsız gizli değişkenler tarafından etkilenmeyen hata varyansına karşılık gelir.

4.5.4. MODEL TANIMLAMA (MODEL IDENTIFICATION)

Bir modeldeki bütün parametrelerin belirlenmesinin ardından ve istenilen kovaryans matrisinin hesaplanması ve modelin test edilmesi ancak önerilen modelin tanımlanması ile mümkündür. Modeldeki her bir parametre için tek bir sayısal çözüm varsa ya da sayısal bir değer verilebiliyorsa model tanımlanmış olarak kabul edilir. Model tanımlamada ilk aşama veri matrisindeki bütün sayısal değerleri ve ölçülecek parametre sayısını tespit etmektir. Bu sayı toplam varyans ve kovaryans sayısına eşittir. Bir model "tam tanımlanmış" (just identified), "fazla tanımlanmış" (over identified), ya da yetersiz tanımlanmış (under identified) olabilir. Tam tanımlanmış bir modelde hesaplanan eşitlik sayısı, modeldeki olası bütün parametrelerin sayısına eşittir. Örneğin bütün olası doğrudan ve dolaylı, tek yönlü nedensel ilişkilerin oluşturduğu modeller tam tanımlanmış modellerdir ve bu modellerde ölçülmemiş hiçbir parametre yoktur. Tam tanımlanmış modellerde bütün parametreler hesaplandığı için bu parametreler genellikle örneğin kovaryans matrisini mükemmel olarak yansıtır. Fazla tanımlanmış model, parametre hesaplanması için gerekli olandan daha fazla eşitlik kullanılan modellerdir. Diğer bir deyişle fazla tanımlanmış modeller araştırmacıların bazı parametrelere sınırlılıklar koydukları modellerdir. Sınırlama, bir modeli test etmek için bazı parametreleri (örneğin iki gizli değişken arasındaki ilişkiyi) sıfıra ya da önceden belirlenen bir değere eşitleyebilir ya da bazı parametreleri hiç eşitliğe katmayabilir. YEM, en çok fazla tanımlanmış modellerin sınandığı analizlerde kullanılır. Yetersiz tanımlanmış modeller ise parametre hesaplanması için yeterli bilgiye, veriye sahip olmayan modellerdir. Bu modellerde hesaplanacak parametre sayısı veriden elde edilebilecek eşitlik sayısından fazla olduğu için modeli test etmek ve bir çözüm elde etmek mümkün değildir.

Üç farklı model tanımlaması arasındaki farklılıklardan da anlaşılacağı gibi model tanımlamada en önemli iki unsur, veri değerleri ve hesaplanacak parametre sayılarıdır. Hesaplanacak parametre sayısındaki farklılık ne tür bir modelin tanımlandığını da gösterir. YEM'de kullanılan veri değerleri, gerçekte, bir örnek için bulunan bütün varyans ve kovaryanslara karşılık gelir [Tabachnick ve Fidell, 2000]. Bu sayı "p(p+1)/2" (p, gözlenen değişken sayısı) formülü ile basitçe hesaplanabilir. Örneğin, Şekil 36'da 9 gösterge değişken bulunduğundan, toplam veri değeri bulunmaktadır (9 varyans, 36 kovaryans). Parametre sayısı ise bir modelde kaç adet bağlantının (path) hesaplanacağına karşılık gelir. Örneğin, Şekil 36'de sunulan tam tanımlanmış modelde hesaplanacak toplam parametre sayısı 22'dir (9 varyans ve 12 regresyon katsayısı). Hesaplanacak olan parametre sayısını bulmanın bir başka pratik yolu da modelde gösterilen ve hesaplanan varyans ve kovaryanslara karşılık gelen bütün tek uçlu ve çift uçlu okları saymaktır. Şekil 36'deki oklar sayıldığında bunun da 22'ye eşit olduğu görülecektir. Bu durumda, özetle, bir modelde kaç adet varyans, kovaryans ve bağlantının hesaplanacağının belirlenmesi model tanımlanması olarak ifade edilebilir.

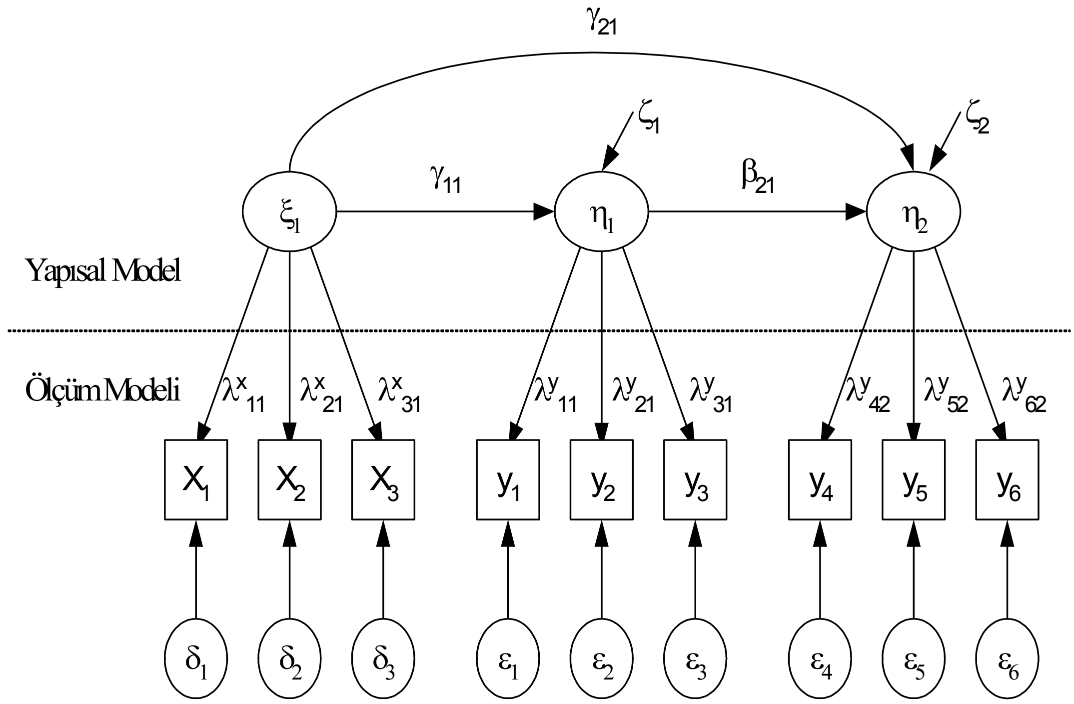
Model tanımlama, aynı zamanda, sonraki bölümlerde anlatılacak olan, model anlamlılık testinde (χ^2) kullanılacak olan serbestlik derecesinin hesaplanmasını da kapsar. YEM'le model testinde kullanılan serbestlik derecesi, bir modelde hesaplanması öngörülen (tanımlanan) parametre sayısının modeldeki bütün varyans ve kovaryansların toplamından çıkarılmasından elde edilir. Örneğin, Şekil 36'daki model için bu değer 24'tür ver 45 varyans ve kovaryanstan 21 adet hesap edilmesi gereken parametrenin çıkarılmasıyla kolayca hesaplanabilir.

Bazı araştırmacılara göre ölçüm ve yapısal modellerin tanımlanabilmesi belirli koşulları taşıması gerekir. Örneğin Kenny'ye (1998) göre ölçüm modelinin tanımlanmasında öncelikli kuralların başında her bir gizli değişkenin yeterli sayıda gösterge değişkenle (en az üç) ölçülmesi, en az iki göstergenin hatalarının birbirinden bağımsız olması ve gizli değişken göstergelerinden en az birinin bir başka gizli değişken göstergesi hiçbir ortak hata kovaryansı olmaması gelir. Yapısal modelde ise tanımlamanın minimum kuralı bir modeldeki bilinen değerlerin sayısı serbest parametrelerin sayısına en azından eşit olmalı ya da ondan fazla olmalıdır.

4.5.5. ÖRNEK UYGULAMA

Aşağıda, şimdiye kadar açıklanan bilgilerin ve daha sonra yapacağımız çeşitli matematik işlemlerin daha iyi anlaşılabilmesi için, bir örnek model kurulmuş ve ardından da bu modelle ilgili olarak yapısal eşitlik modeli teknikler dizisinin diğer aşamaları anlatılmıştır.

Yapısal Eşitlik Modeli Örnek Uygulama:

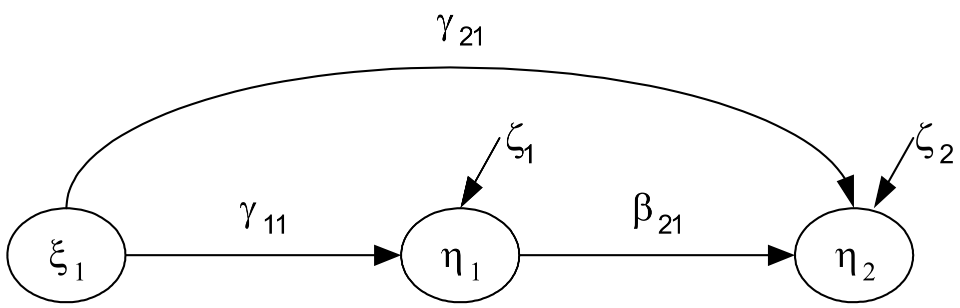


Şekil 5. Örnek Yapısal Eşitlik Modeli (Grafik Gösterim) [Sharma, 1996: s.427]

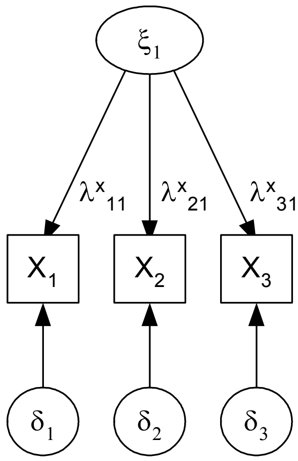
Şekil 36'da gösterilen modelde; biri bağımsız (egzojen), ikisi bağımlı (endojen) üç gizli değişken bulunmaktadır. Egzojen gizli değişkeni ξ (ksi) ile, endojen gizli değişkenler ise η (eta) harfi ile gösterilmektedir. Egzojen değişkene ilişkin açık değişkenler (gözlenen değişkenler, gösterge) x ile endojen değişkene ilişkin y ile gösterilmektedir. YEM, hiçbir gösterge değişkenin mükemmel olarak ölçülemeyeceğini kabul eder ve göstergelerin hata varyanslarını da hesaplamalara dahil eder. Egzojen değişkenlere ilişkin ölçüm hataları δ (delta) ile, endojen değişkenlere ilişkin ölçüm hataları ise ε (epsilon) ile gösterilmektedir. Gizli değişkenlerle açık değişkenler arasında çizilen faktör yükleri ise λ^x ve λ^y (lambda x ve lambda y) ile gösterilmektedir. Ayrıca bağımlı değişkenle bağımsız değişken arasındaki regresyon katsayıları γ (gamma) ile, endojen değişkenler arasındaki regresyon katsayıları ise β (beta) ile gösterilmektedir. Endojen değişkenler için konulmuş olan, yukarıdan (boşluktan) uzanan tek yönlü oklar ise o gizli değişkenlerdeki ondan önce gelen bağımsız gizli değişkenler tarafından etkilenmeyen hata varyansına karşılık gelir, ζ (zeta) ile gösterilir. Yapısal eşitlik modeli iki kısımdan oluşmaktadır [Byrne, 1989: s.3-9].

1. Gizli değişkenler arasındaki ilişkilerin gösterildiği yapısal model,
2. Herhangi bir gizli değişkenin kendi açıklayıcı değişkenleri ile ilişkisinin gösterildiği ölçüm modeli (mesurement model).

Aşağıda yapısal model ve ölçüm modelleri iki ayrı şekilde gösterilmektedir. Hem yapısal modeldeki, hem de ölçüm modelindeki indislerin yazımında bir sıra kuralı vardır. Bu kural ok yönünün tersine doğru işler.



Şekil 6. Yapısal Model



Şekil 7. ξ_1 Değişkenine Ait Ölçüm Modeli (Faktör Modeli) [Sharma, 1996: s.444].

Yapısal Eşitlik Modelinin Matematik Altyapısı:

Egzojen (dış) değişkenler için oluşturulan doğrusal eşitlikler:

$$x_1 = \lambda^x_{11}.\xi_1 + \delta_1 \qquad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^x_{11} \\ \lambda^x_{21} \\ \lambda^x_{31} \end{bmatrix} \cdot \xi_1 + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix}$$
$$x_2 = \lambda^x_{21}.\xi_1 + \delta_2$$
$$x_3 = \lambda^x_{31}.\xi_1 + \delta_3$$

$$x = \Lambda^x.\xi + \delta \qquad \text{(D.1)}$$

Endojen değişkenler için oluşturulan doğrusal eşitlikler:

$$
\begin{aligned}
y_1 &= \lambda^{y}{}_{11}.\eta_1 + \varepsilon_1 \\
y_2 &= \lambda^{y}{}_{21}.\eta_1 + \varepsilon_2 \\
y_3 &= \lambda^{y}{}_{31}.\eta_1 + \varepsilon_3 \\
y_4 &= \lambda^{y}{}_{42}.\eta_2 + \varepsilon_4 \\
y_5 &= \lambda^{y}{}_{52}.\eta_2 + \varepsilon_5 \\
y_6 &= \lambda^{y}{}_{62}.\eta_2 + \varepsilon_6
\end{aligned}
\qquad
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ \lambda_{21} & 0 \\ \lambda_{31} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} \\ 0 & \lambda_{52} \\ 0 & \lambda_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}
$$

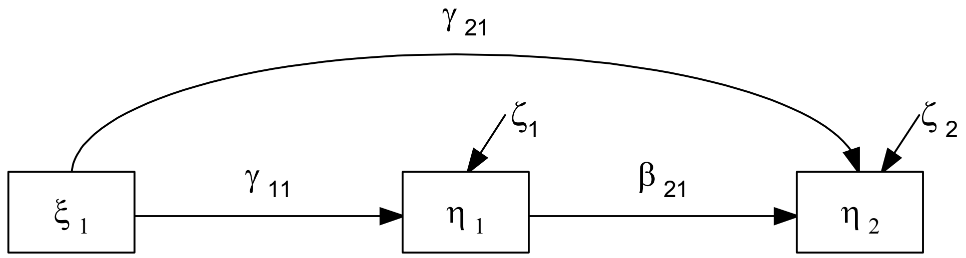
$$
y = \Lambda^{y} \cdot \eta + \varepsilon \qquad \text{(D.2)}
$$

Yapısal Model için oluşturulan doğrusal eşitlikler:

$$
\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} \\ \gamma_{21} \end{bmatrix} \xi_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix}
$$

$$
\eta = \Gamma \cdot \xi + B \cdot \eta + \zeta \qquad \text{(D.3)}
$$

Yukarıda verilen model, açık değişkenlerden oluşturulursa, Şekil 39'daki model ortaya çıkar. Bu yeni oluşturulan modele ait kovaryans matrisini hesaplamak için, bölüm 4.3.'de verilmiş olan genel istatistik bilgiler doğrultusunda aşağıdaki varyans ve kovaryansların bulunması gerekir [Maruyama, 1997: s.179-183].



Şekil 8. Gözlenen değişkenlerle oluşturulmuş örnek model

Bu modele ait yapısal eşitlikleri aşağıda gösterildiği gibi olur.

$$\eta_1 = \gamma_{11}\xi_1 + \varsigma$$

$$\eta_2 = \gamma_{21}\xi_1 + \beta_{21}\eta_1 + \varsigma$$

Bu eşitliklerde bulunan değişkenlere ait varyans ve değişkenler arası kovaryansların bulunması gerekir.

η_1'in varyansı:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(\eta_1) &= \mathrm{E}(\eta_1^{\,2}) \\
&= \mathrm{E}[(\gamma_{11}\cdot\xi_1 + \zeta_1)^2] \\
&= \mathrm{E}(\gamma_{11}^{\,2}\cdot\xi_1^{\,2} + \zeta_1^{\,2} + 2\cdot\gamma_{11}\cdot\xi_1\cdot\zeta_1) \\
&= \gamma_{11}^{\,2}\cdot\mathrm{E}(\xi_1^{\,2}) + \mathrm{E}(\zeta_1^{\,2}) + 2\cdot\gamma_{11}\cdot\mathrm{E}(\xi_1\cdot\zeta_1) \\
&= \gamma_{11}^{\,2}\cdot\phi_{11} + \psi_{11} + 0 \\
&= \gamma_{11}^{\,2}\cdot\phi_{11} + \psi_{11}
\end{aligned}$$

ξ_1 ile η_1 arasındaki kovaryans:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}(\xi_1, \eta_1) &= \mathrm{E}[\gamma_{11}\cdot\xi_1^{\,2} + \zeta_1\cdot\xi_1] \\
&= \gamma_{11}\cdot\mathrm{E}(\xi_1^{\,2}) + \mathrm{E}(\zeta_1\cdot\xi_1) \\
&= \gamma_{11}\cdot\phi_{11} + 0 \\
&= \gamma_{11}\cdot\phi_{11}
\end{aligned}$$

η_2 'nin varyansı:

$$\begin{aligned}
Var(\eta_2) &= E(\eta_2{}^2) \\
&= E[(\gamma_{21}\cdot\xi_1+\beta_{21}\cdot\eta_1+\zeta_2)^2] \\
&= E[\gamma_{21}{}^2\xi_1{}^2+\beta_{21}{}^2\eta_1{}^2+\zeta_2{}^2+2\gamma_{21}\beta_{21}\xi_1\eta_1+2\gamma_{21}\xi_1\zeta_2+2\beta_{21}\eta_1\zeta_2]
\end{aligned}$$

$$=\gamma^2{}_{21}E(\xi_1{}^2)+\beta_{21}{}^2E(\eta_1{}^2)+E(\zeta_2{}^2)+2\gamma_{21}\beta_{21}E(\xi_1\eta_1)+2\gamma_{21}(\xi_1\zeta_2)+2\beta_{21}E(\eta_1\zeta_2)$$

$$=\gamma^2{}_{21}\phi_{11}+\beta^2{}_{21}V(\eta_1)+\psi_{22}+2\gamma_{21}\beta_{21}Cov(\xi_1\eta_1)+0+0$$

$$=\gamma^2{}_{21}\phi_{11}+\beta^2{}_{21}(\gamma^2{}_{11}\phi_{11}+\psi_{11})+2\gamma_{21}\beta_{21}\gamma_{11}\phi_{11}+\psi_{22}$$

ξ_1 ile η_2 arasındaki kovaryans:

$$\begin{aligned}
Cov(\xi_1,\eta_2) &= E[\gamma_{21}\xi_1{}^2+\beta_{21}\xi_1\eta_1+\xi_1\zeta_2] \\
&= \gamma_{21}\cdot E(\xi_1{}^2)+\beta_{21}E(\xi_1\eta_1)+E(\xi_1\zeta_2) \\
&= \gamma_{21}\cdot\phi_{11}+\beta_{21}\gamma_{11}\phi_{11}
\end{aligned}$$

η_1 ile η_2 arasındaki kovaryans:

$$\begin{aligned}
Cov(\eta_1,\eta_2) &= E[\gamma_{21}\xi_1\eta_1+\beta_{21}\eta_1{}^2+\zeta_2\eta_1] \\
&= \gamma_{21}\cdot E(\xi_1\eta_1)+\beta_{21}E(\eta_1{}^2)+E(\zeta_2\eta_1) \\
&= \gamma_{21}\gamma_{11}\phi_{11}+\beta_{21}V(\eta_1)+0 \\
&= \gamma_{21}\gamma_{11}\phi_{11}+\beta_{21}(\gamma_{11}{}^2\phi_{11}+\psi_{11})
\end{aligned}$$

D.3. eşitliği üzerinde aşağıdaki gibi matematik işlemler yapılırsa,

$$\begin{aligned}
\eta &= \Gamma\cdot\xi+B\cdot\eta+\zeta \\
\eta-\beta\cdot\eta &= \Gamma\cdot\xi+\zeta \\
(I-B)\cdot\eta &= \Gamma\cdot\xi+\zeta \\
\eta &= (I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\xi+(I-B)^{-1}\cdot\zeta
\end{aligned}$$

olacaktır. Burada bulduğumuz son ifadeyi kullanarak endojen değişkenler arasındaki kovaryans matrisi aşağıda yapılan matris işlemleri ile bulunabilir.

$$
\begin{aligned}
\Sigma_{\eta\eta'} &= E(\eta\eta') \\
&= E[(I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\xi+(I-B)^{-1}\cdot\zeta][(I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\xi+(I-B)^{-1}\cdot\zeta]' \\
&= (I-B)^{-1}\Gamma E(\xi\xi')\Gamma'[(I-B)^{-1}]'+(I-B)^{-1}E(\zeta\zeta')(I-B)^{-1} \\
&= (I-B)^{-1}\Gamma\Phi\Gamma'[(I-B)^{-1}]'+(I-B)^{-1}\Psi(I-B)^{-1} \\
&= (I-B)^{-1}[\Gamma\Phi\Gamma'+\Psi][(I-B)^{-1}]'
\end{aligned}
$$

Egzojen değişkenler arasındaki kovaryans matrisi:

$$
\begin{aligned}
\Sigma_{\xi\xi'} &= E(\xi\xi') \\
&= \Phi
\end{aligned}
$$

Egzojen değişkenlerle endojen değişkenler arasındaki kovaryans matrisi:

$$
\begin{aligned}
\Sigma_{\eta\xi'} &= E(\eta\xi) \\
&= E[(I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\xi\xi'+(I-B)^{-1}\cdot\zeta\cdot\xi'] \\
&= (I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot E(\xi\xi')+(I-B)^{-1}\cdot E(\zeta\xi') \\
&= (I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\Phi+0 \\
&= (I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\Phi
\end{aligned}
$$

Yukarıda bulduğumuz kovaryans matrislerini genel matriste yerine koyduğumuzda, Modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi (implied covariance matrix) aşağıdaki gibi olur:

$$
\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{\eta\eta} & \Sigma_{\eta\xi} \\ \Sigma_{\xi\eta} & \Sigma_{\xi\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I-B)^{-1}[\Gamma\Phi\Gamma'+\Psi][(I-B)^{-1}]' & (I-B)^{-1}\cdot\Gamma\cdot\Phi \\ \Gamma'\cdot[(I-B)^{-1}]'\cdot\Phi & \Phi \end{bmatrix}
$$

Eğer model Şekil 36'daki gibi gizli değişkenlerden oluşturulmuş ise, modele ilişkin yapısal eşitlikler aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\eta = \Gamma \cdot \xi + B \cdot \eta + \zeta$$

$$x = \Lambda^{x} . \xi + \delta$$

$$y = \Lambda^{y} \cdot \eta + \varepsilon$$

Bu modele ait kovaryans matrisini hesaplamak için, önceki işlemlere benzer şekilde değişkenlere ait varyans ve değişkenler arası kovaryansların hesaplanması gerekir.

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xx} &= \mathrm{Cov}(xx) = E(xx') \\
&= E[(\Lambda^{x}\xi + \delta)(\Lambda^{x}\xi + \delta)'] \\
&= \Lambda^{x}E(\xi\xi')(\Lambda^{x})' + \Lambda^{x}E(\xi\delta') + \Lambda^{x}E(\delta\xi) + \Lambda^{x}E(\delta\delta') \\
&= \Lambda^{x}\Phi(\Lambda^{x})' + 0 + 0 + \Theta_{\delta} \\
\Sigma_{xx} &= \Lambda^{x}\Phi(\Lambda^{x})' + \Theta_{\delta}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{yy} &= \mathrm{Cov}(yy) = E(xy') \\
&= E[(\Lambda^{y}\eta + \varepsilon)(\Lambda^{y}\eta + \varepsilon)'] \\
&= \Lambda^{y}E(\eta\eta')(\Lambda^{y})' + \Lambda^{y}E(\eta\varepsilon') + \Lambda^{y}E(\varepsilon\eta) + \Lambda^{y}E(\varepsilon\varepsilon') \\
&= \Lambda^{y}\Sigma_{\eta\eta'}(\Lambda^{y})' + \Theta_{\varepsilon} \\
\Sigma_{yy} &= \Lambda^{y}[(I - B)^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)((I - B)^{-1})'](\Lambda^{y})' + \Theta_{\varepsilon}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma_{xy} &= \mathrm{Cov}(xy) = E(xy') \\
&= E[(\Lambda^{x}\xi + \delta)(\Lambda^{y}\eta + \varepsilon)'] \\
&= \Lambda^{x}E(\xi\eta')(\Lambda^{y})' + \Lambda^{x}E(\xi\varepsilon') + E(\delta\eta')(\Lambda^{y})' + E(\delta\varepsilon') \\
&= \Lambda^{x}\Sigma_{\xi\eta}(\Lambda^{y})' + 0 + 0 + 0 \\
\Sigma_{xy} &= \Lambda^{x}\Phi\Gamma'[(I - B)^{-1}]'(\Lambda^{y})'
\end{aligned}$$

Yukarıda bulduğumuz kovaryans matrisleri tahmini kovaryans matrisinde yerine yazılırsa, modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi (implied covariance matrix) aşağıda gösterildiği gibi çıkar [Sharma, 1996: s.448], [Kaplan, 2000: s. 40-56]:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{yy} & \Sigma_{yx} \\ \Sigma_{xy} & \Sigma_{xx} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Lambda^x[(I-B)^{-1}(\Gamma\Phi\Gamma' + \Psi)((I-B)^{-1})'](\Lambda^y)' + \Theta_\varepsilon & \Lambda^y(I-B)^{-1}\Gamma\Phi(\Lambda^y)' \\ \Lambda^x\Phi\Gamma'[(I-B)^{-1}]'(\Lambda^y)' & \Lambda^x\Phi(\Lambda^x)' + \Theta_\delta \end{bmatrix}$$

Eksiksiz bir YEM analizi sekiz temel matristen oluşur ve her bir matristeki parametreler yukarıdaki matematiksel işlemlerde de görüleceği gibi çeşitli sembollerle gösterilir. Aşağıda bunların standard İngilizce kısaltmaları da verilmektedir. Sırasıyla, bağımsız (egzojen) ve bağımlı (endojen) gizli değişkenlere ilişkin parametreler farklı matrisleri temsil ederler ve farklı sembollerle gösterilirler.

BE - B	Gizli bağımlı değişkenler arasındaki etki (regresyon katsayıları matrisi),
GA - Γ	Gizli bağımsız değişkenlerin etkilediği bağımlı değişkenlerin regresyon katsayıları matrisi,
LX - Λ^x	Gizli bağımsız değişkenlerin etkilediği ölçülen bağımsız değişkenlere (göstergelere) ilişkin katsayılar matrisi,
LY - Λ^y	Gizli bağımlı değişkenlerin etkilediği ölçülen bağımlı değişkenlere (göstergelere) ilişkin katsayılar matrisi,
PHI - Φ	Gizli bağımsız değişkenler arasındaki kovaryans matrisi
PSI - ψ	Bağımlı gizli değişkenlere ilişkin hataların kovaryans matris

TD - θ_{δ}	Gizli bağımsız değişkenlerin etkilediği ölçülen bağımsız değişkenlerin (göstergelerin) hatalarına ilişkin kovaryans matrisi
TE - θ_{ε}	Gizli bağımlı değişkenlerin etkilediği ölçülen bağımlı değişkenlerin (göstergelerin) hatalarına ilişkin kovaryans matrisi [Mueller, 1996: s.3-9], [Gefen, Straub, Boudreau, 2000: s.1-23]

4.5.6. MODEL TAHMİNİ VE MODEL TESTİ

Modelin tanımlanmasının ardından eldeki veri üzerinden model parametreleri hesaplanır. Bu hesaplama işleminde faktör analizlerine benzer şekilde yineleme yöntemleri uygulanır. YEM'de veri ile model arasındaki fark "hata (residual)" olarak tanımlanır.

Veri = Model + Hata

Veri, örnek olarak seçilmiş kişilerden alınan gözlenen değişkenlerle ilgili ölçüm skorlarıdır. **Model**, gözlenen değişkenlerin gizli değişkenlerle bağlı olduğu varsayımı yapılmış yapıyı gösterir. Bazı modellerde bir gizli değişken diğerine bağlanır. **Hata**, gözlenen veri ile varsayımı yapılmış model arasındaki farkı (ayırımı) ifade eder [Byrne, 1997: s.7].

YEM'de genellikle çıkarım tekniği maksimum olasılıktır (Maximum Likelihood-ML). Ancak amaca göre en küçük kareler çıkarım tekniği de seçilebilir. Hangi yöntem seçilirse seçilsin bakılan tek uyum ölçütü önerilen modelle eldeki verinin ne oranda uyuştuğudur. Daha anlaşılır bir tanımla uyuşma, ölçülen değişkenler arasındaki gözlenen kovaryans matrisi (S) ile modele ilişkin kovaryans (implied) matrisinin (Σ) ne oranda benzeştiğine karşılık gelir. Burada modele ilişkin kovaryans matrisi tanımlama sonucunda sabitlenen ve serbest bırakılan parametrelerin yapısal eşitliğe sokularak model kovaryans matrisinin oluşturulması anlamına gelmektedir. Faktör analizinde olduğu gibi her bir yinelemede gözlenen ve modele ilişkin (implied) matris arasındaki fark hesap edilir. Bu farklardan oluşan matrise de kalan (residual) kovaryans matrisi adı verilir. Kalan kovaryans matrisi maksimum düzeyde küçülünceye kadar yineleme devam eder ve artık küçülmenin mümkün olmadığı noktada çözüm elde edilir. Bu çözüm sonucunda elde edilen değer iki matrisin (gözlenen ve modele ilişkin (implied)) ne oranda uyuştuğunu gösterir. Şayet tam bir uyuşma söz konusu ise bu değerin “0” olması gerekir ve bu da mükemmel bir uyuma işaret eder.

Modelin test edilmesi prosedüründeki birincil görev, model ile örnek veri arasındaki uygunluk derecesinin belirlenmesidir. Buna bağlı olarak araştırmacı örnek veri üzerinde varsayımı yapılmış modelin yapısını düzenler ve daha sonra gözlenen verileri bu sınırlandırılmış yapı ile test eder. Model ile gözlenen veriler arasında mükemmel uygunluk beklenemez.

Model tahmini araştırmacının elde ettiği verileri kullanarak örnek (sample) kovaryans (korelasyon) matrisini bulması ile başlar. Bu matris aşağıda gösterilmektedir.

$$S = \begin{bmatrix} \mathrm{Cov}\ (\eta\eta) & \mathrm{Cov}\ (\eta\xi) \\ \mathrm{Cov}\ (\xi\eta) & \mathrm{Cov}\ (\xi\xi) \end{bmatrix}$$

S = Örneğe ilişkin kovaryans matrisi (Verilere ilişkin kovaryans matrisi)

S =		Bağımlı değişkenler arasındaki kovaryanslar	Bağımlı değişkenlerle bağımsız değişkenler arasındaki kovaryanslar	
		Bağımsız değişkenlerle bağımlı değişkenler arasındaki kovaryanslar	Bağımsız değişkenler arasındaki kovaryanslar	

4.5.7. ÇIKARIM TEKNİKLERİ

Yapısal katsayılar (Structural coefficients) bir çok yöntemle bulunabilmektedir. YEM’de kullanılan çok sayıda çıkarım tekniği vardır. Bunla içerisin en fazla kullanılan çıkarım tekniği Maksimum Olasılıktır.

Hangi çıkarım tekniğini kullanırsak kullanalım, YEM kapsamında hesaplama genellikle birbirine benzer. AMOS, fark fonksiyonunu (discrepancy function) minimize eder. Yani YEM'deki amaç, modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi ile gerçek verilere ilişkin kovaryans matrisi arasındaki farkın (fark matrisi) minimize edilmesidir. Bu işlemler sırasında yineleme mantığı bulunmaktadır. Her yinelemede bu fark küçülür. Ancak birkaç yineleme ardından bu fark daha da küçülmez. Program yineleme işlemini durdurur bu aşamada çıkan sonuçlar raporlanır.

Aşağıda yapısal eşitlik modeli hesaplamalarında sıkça kullanılan çıkarım tekniklerine ait fonksiyonlar verilmektedir. Bu fonksiyonlardaki bağımsız değişkenler yukarıda belirtildiği gibi modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi (implied) ve verilere ilişkin elimizde bulunan kovaryans matrisidir (Σ , S).

Genelleştirilmiş En Küçük Kareler – Generalized Least Squares (GLS):

$$F_{GLS} = (S ; \Sigma^{*}) =(1/2) \, tr \, [(S - \Sigma^{*}) S]^{2}$$

Maksimum Olasılık – Maximum Likelihood (ML):

$$F_{ML} = (S ; \Sigma^{*}) = tr \, [(\Sigma^{*})^{-1} S] + [\log |\Sigma^{*}| - \log |S| - (p + q)]$$

Ağırlıksız En Küçük Kareler – Unweighted Least Square (ULS):

$$F_{ULS} = (S ; \Sigma^{*}) = tr \, [(S - \Sigma^{*})]^{2}$$

Burada,

F = Minimize edilmiş uygunluk fonksiyonu,

Σ^{*}, Modele ilişkin tahmini kovaryans matrisi (implied covariance matrix), S = Örneğe ait varyans - kovaryans matrisi,

log $|\Sigma^*|$ = Σ^* matrisinin determinantının logaritması,

tr (trace) = Kare matriste, esas köşegen üzerinde bulunan elemanların toplamı,

(p + q) = Modelde bulunan bağımlı ve bağımsız gizli değişkenlere ait gözlenen değişken sayısı yani araştırmadaki değişken sayısıdır [Long, 1983: s.43-46].

4.5.8. ÖRNEK HACMİ

Merkezi limit teoremine göre, örnek hacmi büyüdükçe örnekleme dağılımı normal dağılıma benzemekte ve değişkenlik azalmaktadır. YEM kullanılarak yapılan analizlerde, anakütle için parametreleri için yapılan tahminlerin güvenilirliği, geçerliliği ve model değerlendirme kriterlerinin uygun çıkabilmesi, örnek hacminin büyüklüğüne önemli ölçüde bağlıdır. Bentler ve Chou'ya göre, analizde kullanılacak model değişkenlerine ait verilerin normal dağılıma uyduğu ve kaybolan veri olmadığı durumda, örnek hacmi, modelde hesaplanması gereken değişken sayısının beş katı kadar olmalıdır [Bentler ve Chou, 1987: s.78-117]. Örnek hacmi için söylenen diğer bir yargıya göre, yapısal eşitlik modeli kullanılarak yapılan çok değişkenli analizlerde örnek hacmi 200-500 arasıda olmalıdır. Bu değer 500'e ne kadar yakın ise modelin güvenilirliği o kadar iyi olmaktadır [Kline, 1995: s.111-112], [Loehlin, 1992]. Bu değer 200'den 500'e doğru arttıkça, değerlendirme kriterleri açısından uygunluğu ve modelin kabul edilme olasılığı yükselmektedir. Bir diğer yargı da, Stevans "Applied Multivariate Statistics for Social Sciences, 1996" adlı kitabında örnek hacminin araştırma modelinde bulunan değişken sayısının 8-15 katı olması gerektiğini belirtmiştir.

Yapısal eşitlik modeli için gerekli örnek hacmi, maksimum olasılık tahmini kullanılacaksa en az 50 olmalıdır, ancak bu çok küçük bir değerdir. Bu değer yükseldikçe maksimum olasılık veriler arasındaki farkın tespit edilebilmesi duyarlılığı artmaktadır. Bu değer 500'e doğru artırıldıkça, maksimum olasılık tahmin metodu çok duyarlı hale gelmektedir [Hair v.d., 1998: 637].

4.5.9. YEM VE DFA'NIN FARKLARI

YEM ve DFA temelde aynı mantığa ve hesaplama tekniğine dayanmasına karşın kullanımda farklı kavramlar olarak ele alınmaktadır. YEM'le genellikle bir modelin test edilmesi ya da bu bağlamda denemelerin (modele alternatif diğer modeller) test edilmesi amaçlanmaktadır ve genellikle sonuçta birden fazla alternatif modelin karşılaştırılması yoluyla veriyi en iyi tanımlayan modelin belirlenmesi amaçlanır. Bu nedenle YEM, geleneksel regresyon modellerinin bir uzantısıdır. DFA ise sosyal bilimlerde daha çok ölçek geliştirme ya da geçerlik analizlerinde kullanılmakta ve önceden belirlenmiş ya da kurgulanmış bir yapının doğrulanması ya da teyit edilmesi amacını taşımaktadır ve geleneksel kökeni genel faktör analizlerine dayanır.

Bilindiği gibi genel açıklayıcı (exploratory) faktör analizi çok sayıdaki değişkenin altında yatan temel yapıları ya da boyutları (faktörleri) ortaya çıkarmak için yapılır. Burada değişkenler arasındaki ilişkiye dayalı olarak bir değişken (ya da madde) her hangi bir faktörle ilişkili olabilir ve ondan yük alabilir. Dolayısıyla geleneksel faktör analizinde belirli bir ön beklenti ya da deneme olmaksızın faktör ağırlıkları temelinde verinin faktör yapısı belirlenir. DFA ise, belirli değişkenlerin bir kuram temelinde önceden belirlenmiş faktörler üzerinde ağırlıklı olarak yer alacağı şeklindeki bir ön beklentinin test edilmesine dayanır. Bu nedenle, analizde yer alacak değişkenler hipotezler doğrultusunda seçilir ve bu değişkenlerin istenilen faktörlerde ne oranda yer aldıklarına bakılır. Genel faktör analizinde kaç adet faktörün beklendiği bilinmezken, DFA'da faktör sayısı kesin olarak belirtilir ve bu test edilir. Bunun en yaygın uygulama alanı, belirli maddelerin önceden belirlenmiş alt boyutlarda (gizli değişkenlerde) yer alması beklenen ölçeklerin faktör yapısını incelemek ve doğrulamaya çalışmaktır.

Geleneksel faktör analizi yöntemleriyle, başta SPSS olmak üzere bir çok istatistik programında da farklı bir yöntem izlenerek DFA yapılabilir. Bu yaklaşımda faktör çözümü beklenen faktör sayısına sınırlanarak, öngörülen değişkenlerin (maddelerin) istenilen faktörlerde yüklenmesi beklenir. Ancak, bu yöntemde sadece faktör yapısı ve ağırlıklar incelenebilir, model uygunluğunun test edilmesi mümkün değildir [Sümer, 2000].

4.5.10. MODELİN İSTATİSTİKSEL UYGUNLUĞU

En yaygın kullanılan ve bir anlamda başlangıç uyum değeri diyebileceğimiz istatistik χ^2 uyum testidir. YEM sınanmasında kullanılan farklı istatistik programları farklı sayıda ve türde uyum istatistiği vermektedir. Bunlar üç grupta toplanabilir: Ki-kare (χ^2) uyum testi (Chi-square Goodness of Fit), iyilik uyum indeksi (Goodness of fit) ve karşılaştırmalı uyum indeksidir (comparative fit indices).

Çoğu paket program başlangıçta en genel uyum istatistiği olan χ^2 uyumu anlamlılık testini verir. Bu test en basit anlamıyla örneğe ait kovaryans matrisi ile modele ilişkin tahmini (implied) kovaryans matrisi arasındaki uyum değerinin, kullanılan veri sayısı eksi bir ile çarpılmasından elde edilir. Elde edilen sonuç χ^2 dağılımı olarak hesaplanır. Bu hesaplamada verinin çok değişkenli istatistiklerin genel varsayımı olan "çok değişkenli normallik" varsayımına uyup uymadığına bakılır [Chou ve Bentler, 1995]. Eğer veri ile model arasında uyum mükemmel ise elde edilen değerin "0"a yakın olması gerekir. Bu nedenle, elde edilen büyük χ^2 değerleri elde edilen uyumun ne kadar "kötü" olduğunu gösterir ve χ^2 testine bir anlamda "kötülük uyumu testi de" (badness-of-fit) denilebilir [Hoyle, 1995]. χ^2 testi örneklem yeterince genişse ve veri çok değişkenli istatistiğin temel varsayımlarını tam olarak karşılıyorsa doğru bir ölçüm verir. Serbestlik derecesi de χ^2 testinde önemli bir ölçüttür. SD'nin büyük olduğu durumlarda da χ^2 anlamlı sonuçlar verme eğilimdedir. Bu nedenle bazı durumlarda, SD'nin χ^2'ye oranı da uyum yeterliliği için bir ölçüt olarak kullanılabilir. 1/3 ve daha düşük oranlar iyi uyum, 1/5'e kadar olan oranlarda yeterli uyum olarak kabul edilir [Marsh ve Hocevar, 1988: s.107-117].

İkinci grup testler olarak adlandırılan çok sayıda uyum ve anlamlılık testi geliştirilmiştir. Bunlara genel olarak iyilik uygunluk indeksi (Goodness of Fit Index; GFI) ismi verilmiştir. Başta GFI olmak üzere, uyum indeksleri uluslararası kaynaklarda İngilizce kısaltmaları ile verilmektedir. Bu alandaki son çalışmalar dikkate alınarak araştırmacılar uyum indekslerini amaçlarına göre üç grupta toplamışlardır. Uyum indekslerini, mutlak ve artmalı (incremental) olmak üzere iki genel kategoride toplamaktadır. Mutlak uyum indekslerinin başında LISREL kullananlar için Jöreskog ve Sörbom'un [Jöreskog ve Sörbom, 1993] geliştirdiği GFI ve AGFI (Adjusted Goodness-of-Fit Index) gelir.

GFI temelde uygunluğun örneklem genişliğinden bağımsız olarak değerlendirilebilmesi için geliştirilmiştir. GFI modelin örneklemdeki varyans kovaryans matrisini ne oranda ölçtüğünü gösterir ve modelin açıkladığı örneklem varyansı olarak da kabul edilir. Bu nedenle regresyondaki R^2 'ye benzer. GFI değerleri 0 ile 1 arasında değişir ve örneklem genişliğine çok duyarlı olduğu için büyük verilerde daha küçük değerler verir. GFI değeri 1.0'a ne kadar yakın olursa uyum o kadar iyi demektir. AGFI ise örneklem genişliği dikkate alınarak düzeltilmiş olan bir GFI değeridir. N'in özellikle büyük olduğu durumlarda AGFI daha temsili bir uyum indeksidir. AGFI, SD ve GFI değerleri bilindiğinde kolayca hesaplanabilir. Bunun için aşağıdaki formül kullanılabilir.

$$\mathrm{AGFI} = 1 - \frac{k \cdot (k+1)}{2.\mathrm{SD}} \cdot (1 - \mathrm{GFI})$$

burada, k = gösterge değişken sayısı, SD = serbestlik derecesi.

AGFI değerleri de doğal olarak 0 ve 1 arasında değişir ve bu değer "1" değerine ne kadar yakınsa model uyumu o kadar iyi olur.

GIF ve AGFI dışında, gözlenen değişkenler arasındaki kovaryansla modelde önerilen parametreler arasındaki kovaryans matrisi arasındaki farkın, diğer bir deyişle hatanın, derecesi temelinde geliştirmiş olan mutlak uyum indeksleri de kullanılmaktadır. Bunların başında ortalama hataların karekökü (Root Mean Square Residuals, RMS Residuals) ve Yaklaşık Hataların Ortalama Karekökü (Root Mean Square Error of Approximation, RMSEA) indeksleri gelir. Her iki değerin de GIF ve AGFI'nin tersine "0" yakın değerler vermesi (gözlenen ve üretilen matrisler arasında minimum hata olması) istenir. .05'e eşit ya da daha küçük olan değerler mükemmel bir uyuma tekabül eder. .08 ve altındaki değerler de model karmaşıklığı dikkate alınarak kabul edilir değerler olarak görülebilir.

Artmalı uyum indeksleri ise modelin uyumunu ya da yeterliğini genellikle, bağımsızlık modeli ya da yokluk modeli (null) olarak adlandırılan ve değişkenler arasında hiçbir ilişkinin olmadığını varsayan temel bir modelle karşılaştırarak verir. Artmalı uyum indekslerinin başında Karşılaştırmalı Uyum İndeksi (Comparative Fit Index, CFI) gelir. CFI, bağımsızlık modelinin (gizli değişkenler arasında ilişkinin olmadığını öngören model) ürettiği kovaryans matrisi ile önerilen YEM modelinin ürettiği kovaryans matrisini karşılaştırır ve ikisi arasındaki oranı yansıtan "0" ile "1" arasında bir değer verir. Değerler "1"değerine yaklaştıkça modelin daha iyi bir uyum verdiği kabul edilir. 0,90 ve üzerindeki değerler iyi uyum olarak değerlendirilir.

Aynı anlayışa dayanarak Bentler tarafından Normlaştırılmış Uyum İndeksi (Normed Fit Index, NFI) ve Normlaştırılmamış Uyum İndeksi (Non-normed Fit Index, NNFI) geliştirilmiştir. CFI'a alternatif olarak geliştirilen NFI, karşılaştırdığı modeller bakımından özünde CFI benzer, ancak Ki Kare dağılımının gerektirdiği varsayımlara uyma zorunluluğu olmaksızın karşılaştırma yapar. NNFI (Tucker-Lewis Indeks, TLI olarak da isimlendirilmiştir) ise NFI'ya benzer ancak model karmaşıklığını dikkate alarak bir değer verir. Bunu da karşılaştırdığı modellerin (bağımsızlık ve önerilen modeller) SD'lerini hesaba katarak yapar. Yine CFI benzer şeklide NFI ve NNFI değerlerinin "0" ile "1" arasında değişir ve 0,95 ve üzeri mükemmel uyuma karşılık gelir.

Yukarıda anlatılanların dışında genellikle raporlarda yer almayan ancak dikkate alınmasında çok yarar olan başka indeksler de vardır. Bunların başında basitlik (yalınlık) uyum indeksi (Parsimony Goodness of Fit Index, PGIF) gelir. PGIF bir anlamda GFI' yi, önerilen ve bağımsızlık modellerinin oranını dikkate alarak yeniden yorumlar ve modelin ne ölçüde yalın bir model olduğu konusunda fikir verir. Burada da değerler 1'e yaklaştıkça modelin yalın ve sade olduğu konusunda bir uygunluk değeri verir.

İyi bir YEM analizde Ki Kare değerine ek olarak mutlak ve artmalı uyum indeksleri grubundan indekslerin verilmesi önerilmektedir (Hoyle ve Panter, 1995). YEM analizinde kullanılan paket programlar farklı sayıda uyum indeksleri vermekte; bazen de aynı indeks farklı bir isimle verilmektedir. LISREL kullanan araştırmacılar, yayınlarında genellikle, Ki Kare değeri yanında sıklıkla GFI, AGFI, RMSEA, CFI ve NNFI değerlerini de rapor etmektedirler.

YEM analizlerinde uyum indeksleri yanında en çok incelenen bir başka değerler grubunu da Modifikasyon İndeksleri (MI) oluşturur. MI, gösterge ve gizli değişkenler arasındaki kovaryansa bakarak araştırmacıya modele ilişkin ayrıntılı olarak modifikasyonlar önerir. Bu modifikasyonlar genellikle hata matrisleri temelinde oluşturulur ve modelde orijinal olarak öngörülmeyen, ancak eklenmesi ya da çıkarılması durumunda modelde kazanılacak Ki-kare miktarını gösterir. Modifikasyonlar göstergeler ya da gizli değişkenler arasında önerilen yeni bağlantılardan, bu değişkenler arasında eklenmesi önerilen hata kovaryanslarına kadar bir çok parametreyi kapsar. MI'nın kullanılmasında çok dikkatli olunmalıdır. MI tek başına modeli daha da geliştirmek ya da uyum indekslerini artırmak için bir rehber olarak kullanıldığı durumlar YEM'in temel amaçlarına aykırıdır. MI temelinde yapılacak her tür modifikasyon ya da revizyon mutlaka kuramsal bir gerekçeye dayanmalıdır; aksi halde model test etmenin bir anlamı kalmaz. Özellikle, MI tarafından önerilen bir değişiklik modelin χ^2 değerinde çok büyük bir düşmeye karşılık geliyorsa bu önerilen modifikasyonun model açısından çok kritik bir değişiklik olduğunu gösterir [Sümer, 2000].

Jöreskog ve Sörbom (1993) model test etme sürecinde, uyumun ya da uyum eksikliğinin kaynağını araştırmacılara açık bir şekilde gösterebilmek için analizin aşağıdaki aşamalar izlenerek yapılmasını önermektedir.
Bir çok YEM araştırmacısına göre [Hoyle, 1995], [Jöreskog ve Sörbom, 1993] ölçüm modelini test ederken izlenmesi gereken aşamalar aşağıda sıralanmaktadır.

Her bir gizli değişken ve onun göstergeleri için ayrı bir ölçüm modeli test edilir. Gizli değişkenler ikili gruplar halinde test edilir. Bu kombinasyonlara yeni gizli değişkenler eklenerek test edilir ve bu işlem modeldeki bütün gizli değişkenler tamamlanıncaya kadar devam edilir. Her bir aşamada gerekiyorsa bir revizyon yapılır ve bunun gerekçesi ayrıntılı olarak açıklanır.

Göstergelerin ağırlıkları ve gizli değişkenler arasındaki korelasyonların büyüklüğü ve yönü incelenir. Yeterince ölçülemeyen (düşük gösterge ağırlıklarına sahip olan) gizli değişkenler hakkında karar verilir. Gerekirse yeniden tanımlama yapılır.

- Bütün model, kovaryans matrisinde hiçbir sınırlama yapmadan, tam ölçüm modeli olarak test edilir.
- Bütün gizli değişkenlerin yer aldığı önerilen yapısal model test edilir.
- Her bir aşamada modelin uyum indeksleri, özellikle başta χ^2 olmak üzere temel mutlak ve artmalı uyum indeksleri, χ^2 in SD'ye oranı, anlamlılık için t değerleri, standard hata değerleri ve modelde modifikasyon yapılmışsa, bu değerlerin modifikasyondan önceki ve sonraki halleri ayrıntılı olarak incelenir.

Önerilen model çok iyi bir uyum sağlamış olsa bile bunun en iyi model olduğu anlamına gelmez. İyi bir YEM analizinde kuramsal olarak "makul" olan alternatif modeller de üretilmeli ve sınanmalıdır [Loehlin, 1992]. Araştırmacının öne sürdüğü model bütün makul alternatiflerden daha iyi uyum değerlerine sahip olması koşulunda veriyi en iyi açıklayan model olarak kabul edilebilir.