

# TRANSPORT PROBLEMLERİ İÇİN FARKLI BİR ATAMA YAKLAŞIMI

**Ergün EROĞLU**

**Fatma LORCU**

İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi  
Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı  
Tel: + 90 212 473 70 70 (18236)  
34320 Avcılar - İSTANBUL  
eroglu@istanbul.edu.tr florcu@istanbul.edu.tr

Bu çalışmada, transport problemleri için farklı bir atama yaklaşımı tanıtılmaktadır. Vogel Atama Metodu (Vogel's Approximation Method - VAM) ile başlangıç çözümü oluşturulurken, sadece maliyetlerden doğan farklar dikkate alınmakta, pazarların talep miktarları dikkate alınmamaktadır. Oysa arz ediciye göre pazarların ihtiyacı olan mal miktarları da önemlidir. Bilindiği gibi, toplam maliyetin iki parametresi vardır: birim maliyet ve mal miktarı.

Bu yaklaşımda, taşıma problemlerinde başlangıç çözümü oluşturulurken hem maliyet hem de pazar talepleri dikkate alınmaktadır. Pazar talepleri ile birim maliyetlerin çarpımının en yüksek olduğu sütunda, en düşük maliyetli olan hücreye en fazla sayıda atama yapılarak, transport problemlerinin çözümüne farklı bir yaklaşım uygulanmaktadır. Özellikle pazar taleplerinin birbirlerine göre farklarının büyük olduğu taşıma problemlerinin çözümünde bu yaklaşım kullanılarak en uygun (optimum) çözüme eşit veya daha az sayıdaki yineleme ile ulaşılmaktadır. Yaklaşım birkaç örnek üzerinde test edilmekte ve sonuçlar raporlanmaktadır.

**Anahtar kelimeler:** Transport problemi, VAM, Farklı pazar talepleri

## **A DIFFERENT ASSIGNMENT APPROACH FOR THE TRANSPORTATION PROBLEMS**

In this study, a different assignment approach is introduced for the transportation problems. While the initial solution is performed by Vogel's Approximation Method (VAM), differences that are comprised only unit transportation cost are considered but the demands of the markets are not considered. However the product quantity the markets need is important for the suppliers. It is known that, there are two parameters of variable cost unit cost and quantity of the product.

In this approach, while the initial solution is performed for the transportation problems, both unit transportation cost and demands of the market are taken into account. A different assignment approach is applied to the solution of the transportation problems by assigning maximum quantity of the product to the cell that has minimum transportation cost in the row where the multiplication of the demand of the markets and quantity of the product is maximum. The optimal solution is obtained with equal or less number of iteration using this approach for the solution of the unbalanced transportation problems, especially when the demands of the markets are highly different from each other. The approach in this paper is tested on a few different problems and the results are reported.

**Keywords:** Transportation problem, VAM, Different market demands

### **GİRİŞ**

Transport problemleri ile ilgili ilk çalışma 1930 yılında A.N. Tolstoi tarafından yapılmıştır (Schrijver, 2002). Tolstoi, "Methods of finding the minimal kilometrage in cargo transportation planning in space" adlı makalesinde eski Sovyetler Birliğinin tren yolu ağını esas almıştır. Bu tren yolu ağında, kaynaklar ve varış yerleri arasında tuz, çimento ve diğer yüklerin taşınması ile ilgili bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Uygulamanın yapıldığı yıl ve bilinen teknikler göz önüne alındığında, oldukça büyük boyutlu bir problemin (10x68 boyutunda) optimal çözümüne ulaşılmıştır. Tolstoi'nin yaptığı bu çalışma 1930 yılında olmasına rağmen, transport problemlerinin ilk formülasyonu 1941 yılında F.L. Hitchcock tarafından yapılmıştır. Hitchcock, bugün kullandığımız transport problemlerinin formülasyonuna benzer, fakat daha basit yapıda

transport problemlerini petrol endüstrisine uygulamıştır (Öztürk, 1994). Daha sonra Kantorovich ve T.C. Koopmans tarafından optimallik için döngü kriteri geliştirilmiştir. Transport problemlerinin ilk doğrusal programlama modeli ise G.B. Dantzig tarafından kurulmuştur (Tulunay, 1980).

Bugün, transport problemlerinin optimal çözümüne ulaşabilmek için geliştirilen pek çok metot bulunmakta ve kullanılmaktadır. Bu metotların en çok bilinenleri; 1954 yılında Charnes ve Cooper tarafından geliştirilen atlama taşı metodu (Charnes ve diğerleri, 1954), Dantzig tarafından geliştirilen MODI yöntemi (modified distribution) ve diğer yöntemlerdir (Mathirajan ve diğerleri, 2004).

Tüm transport problemlerini optimal çözüme ulaştırırken önce bir başlangıç çözüme ihtiyaç duyulmaktadır. Başlangıç çözümde optimalliğe ulaşmak mümkün olsa bile her zaman optimal çözüme ulaşamaz. Eğer, başlangıç çözüm sonrası optimallik kontrolü yapıldıktan sonra optimalliğe ulaşılmışsa problem çözüme ulaşmıştır, aksi halde optimalliğe ulaşmak için bilinen yöntemler kullanılır. Transport problemlerinin başlangıç çözümü için ilk öneri Dantzig tarafından yapılmış, Charnes ve Cooper tarafından ise Kuzey Batı Köşe Yöntemi geliştirilmiştir (Tirol, M., B., C.,1987).

Bugün başlangıç çözüm için de geliştirilen pek çok metot bulunmaktadır. Bunlardan bazıları; minimum satır kuralı, minimum sütun kuralı, düzeltilmiş minimum satır kuralı, düzeltilmiş minimum sütun kuralı, en yüksek miktara en düşük maliyet kuralı, VAM metodu, VAM'ın Goyal versiyonu (Mathirajan ve diğerleri, 2004), VAM'ın Ramakrishnan versiyonu (Ramakrishnan, 1988), TOM (Total Opportunity Cost Method) (Kırca ve diğerleri, 1990), Sharma tarafından geliştirilen metotlardır (Sharma ve diğerleri, 2000).

Yukarıda sayılan başlangıç çözümleri içerisinde en çok kullanılan metot, VAM metodudur ve VAM'ın başlangıç dağıtımları optimal çözüme oldukça yakındır (Riggs ve diğerleri, 1975).

## **1. VAM METODU VE DİĞER YÖNTEMLER**

VAM, W.R Vogel tarafından , 1958 yılında ortaya atılmıştır (Ünsal ve diğerleri, 2000). VAM, en düşük maliyetler yönteminin geliştirilmiş halidir ve genelde en iyi başlangıç çözümü vermektedir (Taha, 1997).

VAM ile başlangıç dağıtımını yapılırken, tüm üretim kaynaklarından (fabrika), pazarlara ürünün taşınması esnasında birim maliyetler hesaba katılmakta ve en düşük maliyeti seçmemenin ortaya çıkardığı ek gider (ceza veya fırsat maliyeti) hesaplanmaktadır. Fakat, metotta sadece bir birim ürün için ortaya çıkacak fırsat maliyetleri göz önüne alınmaktadır.

Daha önceden de belirtildiği gibi, VAM başlangıç dağıtımlarında en iyi başlangıç çözümü vermektedir. Fakat özellikle dengelenmemiş transport problemlerinde, dummy değişkenlere “0” değerinin verilmesi ve atama yapılırken en düşük maliyetli hücre olarak bu değişkenlerin görülerek ilk atamaların bunlara yapılması, başlangıç çözümde optimallığe ulaşmayı engellemektedir.

VAM metodunun dengelenmemiş transport problemlerinde bu eksikliğini gidermek için Shimshak tarafından ortaya atılan metot (Shimshak ve diğerleri, 1981), ilk aşamada bu eksikliği ortadan kaldıracak gibi gözükse de VAM metodundaki hataya tekrar düşülmüştür. Metotta, dummy değişkenlere verilen “0” değeri, ceza puanının hesaplanmasında göz ardı edilmiş, fakat dağıtım yapılırken göz ardı edilen bu hücreler yine göz önüne alınıp, en yüksek maliyetin, bu hücrelere yapılmayan atamalardan kaynaklanacağı düşüncesi ön plana çıkarılarak, ilk atamanın bu hücrelere yapılması sağlanmıştır (Goyal, 1984). Bizim burada, Shimshak’in öne sürdüğü metoda katkımız; ceza puanı hesaplanmasında yok sayılan hücrelerin dağıtım esnasında da göz ardı edilerek, ilk atama yerine son atamanın bu hücrelere yapılmasıdır.

Vogel ve Shimshak’ın yaklaşımlarını birleştiren bir diğer yaklaşımda Goyal tarafından ortaya atılmıştır (Goyal, 1984). Goyal, dummy değişkenlere matriste bulunan en büyük maliyeti atayarak dummy değişkenlere yapılacak ilk atamaları geciktirecek daha uygun bir çözüm elde etmiştir.

Kırca ve Şatır tarafından öne sürülen TOM (Total Opportunity-Cost Method) da, hem satır hem de sütundaki en düşük maliyet kullanılarak bir ceza puanı hesaplanmış fakat bu ceza puanı VAM’dan farklı olarak en düşük cezaya yapılabilecek en çok atamayı elde etmek için kullanılmıştır. Böylece VAM’da sadece satır ve sütun göz önüne alınarak hesaplanan ceza puanlarının getirdiği zayıflık ortadan kaldırılmıştır (Kırca ve diğerleri, 1990). Geliştirilen TOM metodunun VAM ile karşılaştırması 480 problem üzerinde yapılmış ve 372 problemde TOM’un daha iyi sonuç verdiği

gözlenirken dengelenmemiş transport problemlerinde ise TOM'un aynı başarıyı gösteremediği görülmüştür.

Dengelenmemiş transport problemlerinin TOM metodu ile çözümü esnasında VAM metodunda olduğu gibi dummy değişkenlere "0" atanmıştır. VAM metodunda eksiklik olarak ileri sürdüğümüz; ilk atamanın bu hücrelere yapılması bu metotta da karşımıza çıkmıştır. Goyal, bu zayıflığı daha önceki çalışmalarına benzer şekilde dummy değişkenlere "0" yerine matrisin en büyük maliyet değerini atadıktan sonra metodu uygulayarak gidermiştir (Goyal, 1991).

## 2. GELİŞTİRİLEN ATAMA METODU

Yukarıda belirtildiği gibi VAM Metodunda, en düşük maliyeti seçmemekten kaynaklanan fırsat maliyetlerine göre, en çok maliyetin ortaya çıkması önlenmek istenmektedir. Fakat metotta, fırsat maliyeti sadece bir birim ürün göz önüne alınarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla atamalar, sadece bir birim ürünün fırsat maliyetine dayalı hesaplanan ceza puanlarına göre yapılmaktadır. Oysa bizim ileri sürdüğümüz metotta, toplam ceza (toplam fırsat maliyeti) puanı esas alınarak atamalar yapılmaktadır.

$$\text{Toplam ceza puanı} = \text{Birim ceza maliyeti} \cdot \text{Miktar} \quad \text{veya}$$

$$\text{Toplam fırsat maliyeti} = \text{Fırsat maliyeti} \cdot \text{Miktar} \quad (1)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

### 2.1. Dengelenmiş Transport Problemlerinde Yeni Metodun Uygulanması

Dengelenmiş transport problemlerinde, üretici (kaynak) için elindeki ürünün tükenmesi amaç değil, tüm pazarların doyurulması amacıyla yola çıkılarak her bir pazara ait toplam fırsat maliyetleri hesaplanacaktır. Bunun için;

**Adım 1 :** Her bir pazara ait en düşük iki maliyet arasındaki fark bulunarak fırsat maliyeti hesaplanır

**Adım 2 :** Hesaplanan fırsat maliyeti, ilgili pazar talebi ile çarpılarak toplam fırsat maliyeti hesaplanır.

**Adım 3:** Tüm pazarların toplam fırsat maliyetleri hesaplandıktan sonra, en yüksek toplam fırsat maliyetine sahip pazardaki en düşük maliyetli hücreye mümkün olduğunca çok atama yapılır.

**Adım 4:** Kalan arz ve talepler hesaplanır. Sıfırlanan satır ya da sütun iptal edilir. Adım 1'e tekrar geri dönülür.

Metotta, toplam en yüksek toplam fırsat maliyetini yaratacak olan sütundaki en düşük maliyete atama yapılarak en büyük ceza ödemekten kaçınılır. Fakat TOM metodunun sağladığı hesaplama kolaylığı bu metotta sağlanamamış ve VAM metodunda olduğu gibi karşılanan talep yada biten arz matristen çıkartılıp, yeni fırsat maliyetlerinin hesaplanmasına ihtiyaç duyulmuştur. Geliştirilen yöntem, dengelenmiş transport problemlerinde VAM metodu ile aynı yada daha kötü sonuçlar verirken dengelenmemiş transport problemlerinde VAM'ın başlangıç çözümünden daha iyi sonuçlar vermektedir.

## 2.2. Dengelenmiş Transport Problemlerinde Yeni Metodun Uygulanması

Dengelenmemiş transport problemlerinde VAM metodunda olduğu gibi sanal pazar (yada üretim yeri) oluşturulacaktır. Fakat buradaki değişkenlere "0" değeri değil, Goyal'ın metodunda olduğu gibi matristeki en büyük maliyet değeri atanacaktır. Daha sonra metot genel haliyle uygulanacaktır. Aşağıdaki tablolarda iki farklı örnek VAM ve geliştirilen metot ile çözülmektedir.

**Tablo 1. Örnek Problem 1**

	1	2	3	Depo Kapasiteleri
1	6	10	14	50
2	12	19	21	50
3	15	14	17	50
Pazar Talepleri	30	40	55	

Örnek Problem (Goyal, 1984, s:1113 ) Optimal Çözüm: 1615

**Tablo 2. VAM Metodu ile yapılan başlangıç dağıtımı**

	P 1	P 2	P 3	Depo Kapasiteleri
<b>D 1</b>		40	10	<b>50</b>
<b>D 2</b>	30		20	<b>50</b>
<b>D 3</b>			25	<b>50</b>
<b>Pazar Talepleri</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>55</b>	

VAM Metodu ile Başlangıç Çözüm: 1745

**Tablo 3. Geliştirilen metot ile yapılan başlangıç dağıtımı**

	P 1	P 2	P 3	Depo Kapasiteleri
<b>D 1</b>	30		20	<b>50</b>
<b>D 2</b>			25	<b>50</b>
<b>D 3</b>		40	10	<b>50</b>
<b>Pazar Talepleri</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>55</b>	

Geliştirilen metot ile oluşturulan başlangıç çözüm : 1715

**Tablo 4. Örnek Problem 2**

	1	2	3	4	Depo Kapasiteleri
<b>1</b>	19	41	26	31	<b>80</b>
<b>2</b>	23	16	9	14	<b>140</b>
<b>3</b>	36	19	17	25	<b>230</b>
<b>Pazar Talepleri</b>	<b>70</b>	<b>150</b>	<b>50</b>	<b>80</b>	

Optimal Çözüm: 5720, VAM metodu ile Başlangıç Çözüm : 6540

Geliştirilen Metot ile Başlangıç Çözüm : 5970

## SONUÇ

Özellikle pazarlama fonksiyonu açısından bakıldığında, dağıtım yapan işletmelerin veya dağıtıcıların pazar paylarını dikkate almaları, daha küçük taşıma maliyetlerine sahip küçük pazarlar yerine büyük talebe sahip pazarların doyurulması, pazar paylarını kaybetmemeleri açısından önem kazanmaktadır. Bu nedenle işletmeler, dağıtım

yaparken sadece birim taşıma maliyetlerini dikkate almak yerine toplam fırsat maliyetini minimum yapacak dağıtımını gerçekleştirmeyi ve buna bağlı olarak büyük pazarlara ürünlerini ulaştırabilmeyi hedeflemektedirler.

Bu çalışmada, özellikle dengelenmemiş transport problemlerinin başlangıç çözümlerinin bulunmasına yönelik, sadece birim taşıma maliyetlerini dikkate almak yerine, toplam fırsat maliyetini minimum yapacak dağıtımını gerçekleştirecek yeni bir yaklaşım ortaya konmaktadır. Ortaya konan bu yöntem, yukarıda verilen örnekler ve bu örnekler dışında yine çok sayıda dengelenmemiş transport problemi üzerinde denenmiş ve bir çoğunun başlangıç çözümünde, VAM'da elde edilen değerlere eşit veya optimum çözüme daha yakın değerler elde edilmiştir.

Ortaya konan bu yeni yaklaşım, transport problemlerinin başlangıç dağıtım planı oluşturulurken pazar taleplerinin büyüklüklerinin dikkate alınmasının optimum çözüme giden yolda çoğu zaman adımları kısaltabileceğini göstermektedir. Ancak, bu yeni yaklaşıma ilişkin bir bilgisayar program modülünün olmayışı nedeniyle, denenmiş problemlerin sadece başlangıç çözümleri incelenmekte, optimal olmaması durumunda kaç adımda optimal çözüme ulaşıldığı gözlenememektedir. Bu yaklaşım ışığında, çeşitli algoritmalar ve çeşitli program modülleri geliştirilerek daha büyük boyuta sahip transport problemlerinin optimum dağıtım planları yapılabilecektir.

## **KAYNAKÇA**

Charnes, A. ve Cooper, W.W., (1954), "The Stepping-Stone Method for Explaining Linear Programming Calculations in Transportation Problems", Management Science 1(1), ss: 49-69.

Goyal, S., K., (1984), "Improving VAM for Unbalanced Transportation Problems", Journal of the Operational Research Society, Vol: 35, no: 12, s. 1113-1114.

Goyal, S.K., (1991) "A Note on a Heuristic for an Initial Solution for the Transportation Problem", Journal of the Operational Research Society, Vol:42, No:9, s. 819-824.



Kırca,Ö., Şatır A., (1990), “A Heuristic for Obtaining an Initial Solution for the Transportation Problem” Journal of the Operational Research Society, Vol:41, No:9, ss: 865-871.

Mathirajan, M., Meenakshi, B., (2004), “Experimental Analysis of Some Variants of Vogel’s Approximation Method”, Asia-Pasific Journal of Operational Research, Vol: 21, No:4 ss: 447-462.

Öztürk A., (1994), Yöneylem Araştırması, Ekin Kitabevi, s: 127.

Ramakrishnan, C.C., (1988), “An Improvement to Goyal’s Modified VAM for Unbalanced Transportation Problem”, Journal of the Operational Research Society, 39, ss: 609-610.

Riggs, J.L, Inoue, M., S., (1975), Introduction to Operations Research and Management Science: A General System Approach, Mc Graw-Hill Book Comp., Newyork, s:211.

Schrijver A., (2002), “On the History of the Transportation and Maximum Flow Problems”, Mathematical Programming, 91, 437-445.

Sharma, R.R.K. ve Sharma, K.,D., (2000), “A New Dual Based Procedure for the Transportation Problem”, European Journal of Operational Research, 122, ss: 611-624.

Shimshak, D.G., Kaslık, J.A. ve Barclay, T.D., (1981), “A Modification of Vogel’s Approximation Method Through The Use of Heuristics”, Can. J. Opl. Res. Inf. Processing, 19, ss: 259-263.

Tirol, M., B., C., (1987), Computational Aspectd and Statistical Applications of the Transportation Problem of Linear Programming, University of Ames, Iowa, Yayınlanmamış Doktora Tezi.

Taha, H. A., Yöneylem Araştırması, Çev: S. A. Baray, Ő. Esnaf, 6. Basımdan Çeviri, Literatür Yayınları, 43, Eylül 2000.

Tulunay, Y., (1980), Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları, Sermet Matbaası, s:340.

Ünsal F. M. Ünsal, Rüzgar, B., Rüzgar, N, (2000), İşletme ve Ekonomi İçin Bilgisayar Uygulamalı Sayısal Yöntemler, Türkmen Kitapevi, s:173.